

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ FUNDAMENTAL RESEARCHES

УДК 621.37/39:534

О новых типах волн Стоунли и возможности их использования в интегральной акустоэлектронике

А.К. Мороча, А.С. Рожков

Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

On New Types of Stonely Waves and Opportunity to Apply Them in Integrated Electronics

A.K. Morocha, A.S. Rozhkov

National Research University of Electronic Technology, Moscow

Теоретически исследованы новые типы волн Стоунли, которые могут быть использованы в интегральной акустоэлектронике. Установлено, что вдоль границы контакта двух изотропных упругих сред могут распространяться четыре типа волн, различающихся поляризацией и фазовой скоростью. Проведены численные расчеты для различных пар контактирующих металлов, которые могут применяться в качестве акустических волноводов в акустоэлектронных интегральных схемах.

Ключевые слова: волны Стоунли; поверхностные волны; фазовая скорость; эллиптическая поляризация; акустический волновод; акустоэлектронные интегральные схемы.

The new types of the Stonely waves, which can be applied in the integrated electronics, have been theoretically studied. It has been determined that along the interface of the contact between two isotropic elastic mediums four types of waves with different polarization and phase velocity can propagate. The numerical calculations for different couples of the contact metals, which could be used as the acoustic waveguides in the acoustoelectronic integrated circuits, have been performed.

Keywords: Stonely waves; surface waves; phase velocity; elliptic polarization; acoustic waveguide; acoustoelectronic IC elements.

Введение. Среди различных типов поверхностных акустических волн особое место занимают волны Стоунли [1]. Это незатухающие упругие волны, которые могут распространяться вдоль границы акустического контакта двух различных упругих сред [1]. Акустическое поле волны Стоунли локализовано по обе стороны от границы контакта, его ам-

плитуда экспоненциально убывает в глубь каждой из сред. Поэтому в случае контактирующих полупространств дисперсия фазовой скорости принципиально отсутствует. Очевидно, что дисперсией можно пренебречь и при контакте двух плоских слоев конечной толщины, когда толщина каждого слоя намного больше длины волны.

Изучение волн Стоунли первоначально было связано с проблемами сейсмологии [2]. Позднее эти волны использовались для неразрушающего контроля адгезионных свойств соединений различных материалов [3, 4]. Недавно авторами работы [5] предложен экспериментальный метод контроля повреждений в многослойных металлических структурах. В работе [6] рассмотрено влияние внутреннего трения на распространение волны Стоунли в вязкоупругой среде.

Применение волн Стоунли в интегральной акустоэлектронике – перспективное направление. В одном и том же диапазоне частот длина акустической волны в сто тысяч раз меньше длины электромагнитной волны. Размеры интегральной схемы и технология ее изготовления позволяют создать в ней защищенный от внешних воздействий внутренний акустический канал, в котором возбуждаются и распространяются информационные волны Стоунли. Контакты Шоттки формируются внутри акустического канала для того, чтобы реализовать возможность как мгновенного запоминания широкополосного акустоэлектрического сигнала, так и его процессорной обработки в реальном масштабе времени. Внешняя поверхность полупроводникового контактирующего слоя может быть использована для создания интегральной схемы усиления, преобразования и обработки переносимой информации. В [7] описана возможность применения волн Стоунли в нелинейных монолитных акустоэлектронных устройствах.

Известная математическая сложность задачи Стоунли, невозможность ее аналитического решения могут привести к непреодолимым трудностям уже на этапах расчета и проектирования.

Цель настоящей работы – упростить решение задачи путем использования свойств ее симметрии и обосновать существование новых типов волн, распространяющихся вдоль границы контакта двух изотропных сред.

Уравнения движения и граничные условия задачи Стоунли. Общее уравнение движения упругой изотропной среды имеет вид

$$\ddot{\mathbf{u}} = v_l^2 \nabla \nabla \mathbf{u} + (v_t^2 - v_l^2) \text{grad div } \mathbf{u}, \quad (1)$$

где $\mathbf{u}$ – вектор смещения единицы объема среды; v_l и v_t – соответственно скорости продольной и поперечной волн.

Совместим направление распространения волны Стоунли с направлением x_1 декартовой системы координат, в которой плоскость $x_3 = 0$ совпадает с плоскостью контакта двух изотропных упругих полупространств. Тогда компоненты вектора смещения волны, лежащего в сагиттальной плоскости, будут зависеть только от двух переменных x_1 и x_3 . Пусть первая среда занимает полупространство $x_3 \geq 0$, а нижняя $x_3 < 0$.

Прежде всего рассмотрим все частные решения уравнения (1), имеющие в каждой из сред вид поверхностных акустических волн рэлеевского типа:

$$\begin{aligned} u_i &= \tilde{u}_i \exp(-klx_3) \exp ik(x_1 - v_S t), & x_3 \geq 0, \\ u'_i &= \tilde{u}'_i \exp(kl'x_3) \exp ik(x_1 - v_S t), & x_3 < 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\tilde{u}_i$ – комплексная амплитуда i -й компоненты вектора смещения ($i = 1, 3$); k – волновое число; l – параметр распространения, причем $\text{Re } l > 0$; v_S – фазовая скорость волны Стоунли. Те же величины для нижнего полупространства будем отмечать штрихом.

Подставив смещения (2) в уравнение (1), получим для каждого из полупространств систему однородных алгебраических уравнений относительно двух неизвестных амплитуд $\tilde{u}_i$ и $\tilde{u}'_i$. Для верхнего полупространства эта система имеет вид

$$\begin{aligned} (v_l^2 - l^2 v_t^2 - v_s^2) \tilde{u}_1 + il(v_l^2 - v_t^2) \tilde{u}_3 &= 0, \\ il(v_l^2 - v_t^2) \tilde{u}_1 + (v_l^2 - l^2 v_t^2 - v_s^2) \tilde{u}_3 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для нижнего полупространства система (3) будет иметь аналогичный вид, за исключением слагаемых, содержащих параметр распространения l' в первой степени, перед которыми изменится знак.

Приравняв к нулю определитель системы (3), получаем квадратное уравнение относительно l^2 . Два его решения $l_1^2 = (1 - v_s^2 / v_l^2)$ и $l_2^2 = (1 - v_s^2 / v_t^2)$ соответствуют двум собственным векторам системы (3), представляющим две волны, эллиптически поляризованные в сагиттальной плоскости:

$$\mathbf{u}_1 = \exp(-kl_1 x_3) \exp ik(x_1 - v_s t) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ il_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \exp(-kl_2 x_3) \exp ik(x_1 - v_s t) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ il_2 \end{bmatrix}.$$

Для контактирующих полупространств общее волновое решение имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= A_1 \mathbf{u}_1 + A_2 \mathbf{u}_2, \quad x_3 \geq 0, \\ \mathbf{u}' &= A'_1 \mathbf{u}'_1 + A'_2 \mathbf{u}'_2, \quad x_3 < 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты A_i и A'_i должны быть найдены из граничных условий непрерывности компонент векторов смещений

$$u_i|_{x_3 \rightarrow +0} = u'_i|_{x_3 \rightarrow -0} \quad (5)$$

и механических напряжений

$$\sigma_{i3}|_{x_3 \rightarrow +0} = \sigma'_{i3}|_{x_3 \rightarrow -0} \quad (6)$$

в плоскости контакта двух полупространств. Для изотропных сред условие (6) эквивалентно двум равенствам:

$$\begin{aligned} \rho v_t^2 u_{1,3}|_{x_3 \rightarrow +0} &= \rho' v_{t'}^2 u'_{1,3}|_{x_3 \rightarrow -0}, \\ [\rho v_t^2 u_{3,3} + \rho v_t^2 u_{1,1}]|_{x_3 \rightarrow +0} &= [\rho' v_{t'}^2 u_{3,3} + \rho' v_{t'}^2 u_{1,1}]|_{x_3 \rightarrow -0}, \\ u_{i,k} &= \frac{1}{2} (\partial u_i / \partial x_k + \partial u_k / \partial x_i). \end{aligned} \quad (7)$$

Подставив общие решения (4) для каждого из полупространств в граничные условия (5) – (7), получим систему четырех линейных однородных уравнений для нахождения коэффициентов A_i и A'_i :

$$\begin{aligned} A_1 - il_2 A_2 - A'_1 - il'_2 A'_2 &= 0, \\ il_1 A_1 + A_2 + il'_1 A'_1 - A'_2 &= 0, \\ -2\mu l_1 A_1 + i\mu(1 + l_2^2) A_2 + 2\mu' l'_1 A'_1 - i\mu'(1 + l_2'^2) A'_2 &= 0, \\ -i\mu(1 + l_2^2) A_1 - 2\mu l_2 A_2 + i\mu'(1 + l_2'^2) A'_1 + 2\mu' l'_2 A'_2 &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Равенство нулю определителя системы (8) запишем в виде

$$\begin{vmatrix} 1 & -il_2 & -1 & -il'_2 \\ il_1 & 1 & il'_1 & -1 \\ A & iC & -A' & -iC' \\ -iC & B & iC' & -B' \end{vmatrix} = 0, \quad (9)$$

где $A = -2\mu l_1$, $B = -2\mu l_2$, $C = \mu(1 + l_2^2)$; $A' = -2\mu' l'_1$, $B' = -2\mu' l'_2$, $C' = \mu'(1 + l'^2_2)$.

Равенство (9), содержащее в неявном виде фазовую скорость волны, удобно записать как равенство определителей второго порядка:

$$\begin{aligned} (1 - l_1 l_2) \begin{vmatrix} -A' & -iC' \\ iC' & -B' \end{vmatrix} + (1 + l'_1 l'_2) \begin{vmatrix} A & -iC' \\ -iC & -B' \end{vmatrix} + l_1 \begin{vmatrix} C & -C' \\ B & -B' \end{vmatrix} + l_2 \begin{vmatrix} A & -A' \\ -C & C' \end{vmatrix} = \\ = (1 - l'_1 l'_2) \begin{vmatrix} A & iC \\ -iC & B \end{vmatrix} + (1 + l_1 l_2) \begin{vmatrix} -A' & iC \\ iC' & B \end{vmatrix} + l'_1 \begin{vmatrix} C & C' \\ B & B' \end{vmatrix} + l'_2 \begin{vmatrix} -A' & A \\ C' & -C \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Равенство (10) – сложнейшее иррациональное уравнение относительно фазовой скорости волны Стоунли, которое можно решить только численным методом. Причем заранее не известно, существует ли решение для произвольно выбранных пар контактирующих сред. До сих пор не выяснен вопрос единственности решения, не ясно, сколько различных типов волн может распространяться вдоль границы акустического контакта.

Независимые решения, определяемые симметрией задачи. Упростим решение, используя фундаментальное свойство симметрии задачи. При преобразованиях симметрии $A \Leftrightarrow A'$, $B \Leftrightarrow B'$, $C \Leftrightarrow C'$ как левая, так и правая части уравнения (10) должны переходить друг в друга. При указанных преобразованиях, в силу эквивалентности штрихованных и нештрихованных обозначений параметров полупространств, те линейно независимые слагаемые, которые переходят друг в друга, должны быть равны. Слагаемые, которые при таком переходе изменяют знак на противоположный, должны быть равны нулю. Поэтому равенство нулю определителя граничных условий (9) равносильно следующим четырем уравнениям, содержащим в неявном виде фазовую скорость волны:

$$\begin{aligned} (1 - l_1 l_2) \begin{vmatrix} -A' & -iC' \\ iC' & -B' \end{vmatrix} = (1 - l'_1 l'_2) \begin{vmatrix} A & -iC \\ -iC & -B \end{vmatrix}; & (1 + l'_1 l'_2) \begin{vmatrix} A & -iC' \\ -iC & -B \end{vmatrix} = (1 + l_1 l_2) \begin{vmatrix} -A' & iC \\ iC' & B \end{vmatrix}; \\ l_1 \begin{vmatrix} C & -C' \\ B & -B' \end{vmatrix} = l'_1 \begin{vmatrix} C & C' \\ B & B' \end{vmatrix}; & l_2 \begin{vmatrix} A & -A' \\ -C & C' \end{vmatrix} = l'_2 \begin{vmatrix} -A' & A \\ C' & -C \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

Эти уравнения удобно записать в виде равенств между параметрами распространения контактирующих сред:

$$\begin{aligned} (1 - l'_1 l'_2)[(l'^2_2 + 1)^2 - 4l_1 l_2] &= (1 - l_1 l_2)[(l^2_2 + 1)^2 - 4l'_1 l'_2], \\ (1 + l'_1 l'_2)[(1 + l_2)(1 + l'_2) - 4l_1 l'_2] &= (1 + l_1 l'_2)[(1 + l'_2)(1 + l_2) - 4l'_1 l_2], \\ l_1(1 + l'^2_2) &= l'_1(1 + l^2_2), & l_2(1 + l'^2_2) &= l'_2(1 + l^2_2). \end{aligned} \quad (12)$$

Первые два равенства (12) можно существенно упростить, если учесть, что при разрыве упругой связи на границе контакта из этих равенств должны следовать уравне-

ния для нахождения фазовой скорости релеевских волн на свободной поверхности каждого из полупространств.

Если считать в первом из равенств (11) параметры одного из полупространств равными нулю ($l_1' = l_2' = A' = B' = C' = 0$), то из него следует

$$AB - C^2 = (1 + l_2^2)^2 - 4l_1 l_2 = 0.$$

Это известное равенство, в которое в качестве параметра входит фазовая скорость рэлеевской волны на поверхности другого полупространства. Очевидно также, что первое равенство эквивалентно двум равенствам:

$$\begin{aligned} (l_2^2 + 1)^2 - 4l_1 l_2 &= (l_1'^2 + 1)^2 - 4l_1' l_2', \\ l_1' l_2' &= l_1 l_2, \end{aligned} \quad (13)$$

где каждое равенство можно рассматривать как уравнение, из которого может быть найдена фазовая скорость волны типа Стоунли. Первое из равенств (13) соответствует классическим волнам Стоунли. При разрыве упругой связи между полупространствами из него следуют два независимых уравнения для поверхностных волн рэлеевского типа на свободной поверхности каждого из полупространств.

Результаты расчетов для конкретных пар контактирующих металлов. В табл.1 представлены результаты расчетов фазовой скорости и параметров распространения классических волн Стоунли, полученные путем численного решения первого равенства (13), для некоторых пар контактирующих металлов.

Таблица 1

Значения фазовой скорости и параметров распространения классических волн Стоунли для некоторых контактирующих металлов

Контактирующие металлы	Фазовая скорость, м/с	Параметры распространения			
		l_1	l_2	l_1'	l_2'
Al/Ag	1871	0,9595	0,8139	0,8333	0,4269
Al/Cr	2846	0,9034	0,4679	0,8864	0,6536
Al/Ti	3122	0,8825	0,2445	0,8711	0,2144
Al/W	2083	0,9495	0,7625	0,9163	0,6866
Cu/Ag	1729	0,9498	0,8030	0,9096	0,5490
Cu/Ti	2379	0,9026	0,5725	0,9274	0,6680
Cu/W	1830	0,9436	0,7760	0,4360	0,7694
Ti/W	2313	0,9315	0,6903	0,8957	0,5902
Au/Al	1378	0,9782	0,9037	0,9221	0,3527
Au/Cu	1371	0,9229	0,3656	0,9687	0,8813
Au/Ag	1334	0,9272	0,4239	0,9472	0,7627
Au/Ti	1319	0,9289	0,4451	0,9782	0,9109
Au/Cr	1349	0,9255	0,4016	0,9750	0,9334
Au/W	1311	0,9298	0,4554	0,9677	0,8891
Cu/Pt	1640	0,4550	0,8249	0,9056	0,4465

Из второго равенства (13) найдем в аналитическом виде фазовую скорость волны нового типа:

$$v_A^2 = \frac{(v_l^{-2} - v_{l'}^{-2}) + (v_t^{-2} - v_{t'}^{-2})}{v_l^{-2} v_t^{-2} - v_{l'}^{-2} v_{t'}^{-2}}. \quad (14)$$

Точно так же второе из равенств (12) эквивалентно двум равенствам:

$$\begin{aligned}(1 + l_2)(1 + l_2') - 4l_1l_2' &= (1 + l_2')(1 + l_2) - 4l_1'l_2, \\ l_1'l_2 &= l_1l_2'.\end{aligned}\quad (15)$$

Однако первое из равенств (15) не имеет смысла рассматривать, поскольку оно не удовлетворяет условию предельного перехода при отсутствии упругой связи между полупространствами. Не рассматривается и четвертое равенство (12), так как в нем отсутствует связь между полупространствами. Из второго равенства (15) находим аналитическое выражение для другой волны нового типа:

$$v_B^2 = \frac{(v_l^{-2} - v_{l'}^{-2}) - (v_t^{-2} - v_{t'}^{-2})}{v_l^{-2}v_{l'}^{-2} - v_t^{-2}v_{t'}^{-2}}. \quad (16)$$

Третье равенство (12) можно рассматривать как уравнение, содержащее в неявном виде фазовую скорость v_C еще одной волны нового типа.

Для сравнения в табл.2 представлены результаты расчета фазовых скоростей и параметров распространения волн нового типа для тех же пар металлов, полученные по формулам (15), (16) и в результате численного решения уравнения, соответствующего третьему из равенств (12). Для большинства пар все параметры распространения оказываются чисто мнимыми, им соответствуют фазовые скорости v_B и v_C . Фазовые скорости v_A почти у всех пар контактирующих материалов соответствуют неоднородной поляризации волны, когда один из параметров распространения в каждом из полупространств чисто мнимый, а другой – действительный. У двух пар (Al/Ti и Cu/W) все параметры положительные, но соответствующие им фазовые скорости существенно больше, чем скорости в табл.1.

Можно утверждать, что вдоль границы контакта двух упругих полупространств в общем случае могут распространяться четыре типа акустических волн, различающихся фазовой скоростью и поляризацией. Этот вывод отсутствует в первой работе Стоунли [1], а также в последующих многочисленных публикациях [8–11]. Нельзя, однако, утверждать, что все четыре волны реализуются для любой пары полупространств. В табл.2 для контакта Au/Cr волна с фазовой скоростью v_A не может существовать.

Для каждого из четырех найденных значений фазовой скорости нужно определить коэффициенты C_i и C_i' , решая систему однородных линейных уравнений (8). Для этого проведем вначале симметричное преобразование столбцов ее определителя. В результате получим

$$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 & -a' \\ a & 0 & -a' & 0 \\ ib & d & -ib' & -d' \\ c & -ib & -c' & ib' \end{vmatrix}, \quad (17)$$

где $a = 1 - l_1l_2$, $b = \mu(1 - 2l_1l_2 + l_2^2)$, $c = \mu l_2(l_2^2 - 1)$, $d = l_1\mu(l_2^2 - 1)$.

Эти же величины со штрихом относятся ко второй среде.

Таблица 2

Значения фазовой скорости и параметров распространения волн Стоунли нового типа для некоторых контактирующих металлов

Контак- тирующие металлы	Фазовые скорости и параметры распространения		
Al/Cr	$v_A = 8313 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,7536i, l_2 = 2,3798i;$ $l'_1 = 0,9097i, l'_2 = 1,9715i.$	$v_B = 5582 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,8610, l_2 = 1,3151i;$ $l'_1 = 0,8357, l'_2 = 0,4402i.$	$v_C = 6072 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,4042, l_2 = 1,5986i;$ $l'_1 = 0,1576, l'_2 = 1,2679i.$
Au/Ti	$v_A = 3507 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,1753, l_2 = 2,1606i;$ $l'_1 = 0,8342, l'_2 = 0,4511i.$	$v_B = 9156 \text{ м/с}$ $l_1 = 2,3677i, l_2 = 6,2128i;$ $l'_1 = 1,0358i, l'_2 = 2,6838i.$	$v_C = 6465 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,5146i, l_2 = 4,2765i;$ $l'_1 = 1,1834i, l'_2 = 1,7578i.$
Au/Cr	–	$v_A = 7193 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,7542i, l_2 = 4,7795i;$ $l'_1 = 0,8325i, l'_2 = 2,2682i.$	$v_C = 6160 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,4109i, l_2 = 4,0606i;$ $l'_1 = 0,0608i, l'_2 = 1,2976i.$
Al/Ti	$v_A = 3866 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,8129, l_2 = 0,6645i;$ $l'_1 = 0,7941, l'_2 = 1,6803i.$	$v_B = 1926 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,9570, l_2 = 0,8014;$ $l'_1 = 0,9531, l'_2 = 0,7981.$	$v_A = 3058 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,8876, l_2 = 0,3136;$ $l'_1 = 0,8769, l'_2 = 0,2918.$
Ag/Cu	$v_A = 3808 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,7249, l_2 = 1,8498i;$ $l'_1 = 0,3404i, l'_2 = 1,5452i.$	$v_B = 10652 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,6470i, l_2 = 1,5320i;$ $l'_1 = 0,3552i, l'_2 = 5,0507i.$	$v_C = 5833 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,3364i, l_2 = 1,7437i;$ $l'_1 = 0,9814i, l'_2 = 2,6360i.$
Cu/W	$v_A = 3438 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,7831, l_2 = 0,6354i;$ $l'_1 = 0,7505, l'_2 = 0,6631i.$	$v_B = 1720 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,9503, l_2 = 0,8053;$ $l'_1 = 0,9437, l'_2 = 0,7997.$	$v_C = 4879 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,8586, l_2 = 0,2152;$ $l'_1 = 0,8386, l'_2 = 0,3579.$
Cu/Pt	$v_A = 3645 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,7517, l_2 = 0,7605i;$ $l'_1 = 0,3332, l'_2 = 1,7191i.$	$v_B = 4879 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,2799i, l_2 = 2,9283i;$ $l'_1 = 2,0959, l'_2 = 4,7952i.$	$v_C = 5720 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,2658i, l_2 = 1,6988i;$ $l'_1 = 0,0902i, l'_2 = 2,9560i.$
Au/Al	$v_A = 3510 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,8488, l_2 = 0,4336i;$ $l'_1 = 0,2103, l'_2 = 2,1627i.$	$v_B = 10386 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,2033i, l_2 = 3,0664i;$ $l'_1 = 2,7388, l'_2 = 6,9796i.$	$v_C = 6776 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,6182, l_2 = 4,4901i;$ $l'_1 = 0,2049, l'_2 = 1,8515i.$
Au/Cu	$v_A = 3460 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,2382, l_2 = 2,1251i;$ $l'_1 = 0,7799, l'_2 = 0,6493i.$	$v_B = 7193 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,7542i, l_2 = 4,7795i;$ $l'_1 = 0,8325i, l'_2 = 2,2682i.$	$v_C = 5606 \text{ м/с}$ $l_1 = 1,2149i, l_2 = 3,6714i;$ $l'_1 = 0,1677i, l'_2 = 1,6527i.$
Au/Ag	$v_A = 3297 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,3787, l_2 = 2,0023i;$ $l'_1 = 0,6105, l'_2 = 1,2408i.$	$v_B = 5019 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,9925i, l_2 = 3,2570i;$ $l'_1 = 0,6735i, l'_2 = 2,2103i.$	$v_C = 4275 \text{ м/с}$ $l_1 = 0,6637i, l_2 = 2,7247i;$ $l'_1 = 0,2341i, l'_2 = 1,8086i.$

В качестве линейно независимых выберем первые три уравнения (8) и выразим комплексные амплитуды A_1 , A_2 и A'_1 , A'_2 через A'_2 , полагая, что $A'_2 = 1$:

$$A_1 = -i(a'/a)\xi, \quad A_2 = a'/a, \quad A'_1 = -i\xi, \quad (18)$$

где ξ – поляризационный множитель, который равен:

$$\xi = (ad' - da')(ba' - b'a)^{-1}. \quad (19)$$

Подставив комплексные амплитуды (14) в выражения (4), определим поляризацию волн типа Стоунли:

$$\mathbf{u} = e^{ik(x_1 - v_S t)} \cdot \begin{bmatrix} -iu_1(x_3) \\ 0 \\ u_3(x_3) \end{bmatrix}, \quad x_3 \geq 0; \quad \mathbf{u}' = e^{ik(x_1 - v_S t)} \cdot \begin{bmatrix} -iu'_1(x_3) \\ 0 \\ u'_3(x_3) \end{bmatrix}, \quad x_3 < 0, \quad (20)$$

где

$$u_1(x_3) = \tilde{u}_1(\xi e^{-kl_1 x_3} + l_2 e^{-kl_2 x_3}), \quad u_3(x_3) = \tilde{u}_3(e^{-kl_2 x_3} + \xi l_1 e^{-kl_1 x_3}), \\ u'_1(x_3) = \tilde{u}'_1(\xi e^{kl'_1 x_3} + l'_2 e^{kl'_2 x_3}), \quad u'_3(x_3) = \tilde{u}'_3(e^{kl'_2 x_3} + \xi l'_1 e^{kl'_1 x_3}).$$

Из формул (20) видно, что поле векторов смещений в каждом из полупространств эллиптически поляризовано в сагиттальной плоскости, причем частицы верхнего и нижнего полупространств синфазно смещаются по эллиптическим траекториям. В выражениях (20) поляризационный множитель ξ по определению (19) является комплексным числом, параметры распространения l_i и l'_i могут быть как действительными, так и чисто мнимыми (см. табл.2). Наблюдаемыми смещениями являются действительные части выражений (20). Для классической волны Стоунли в верхнем полупространстве ($x_3 \geq 0$) действительные компоненты вектора смещений можно записать в виде

$$u_1 = \tilde{u}_1(e^{-kl_1 x_3} \operatorname{Re} \xi + l_2 e^{-kl_2 x_3}) \sin k(x_1 - v_S t), \\ u_2 = 0, \\ u_3 = \tilde{u}_3(e^{-kl_2 x_3} + l_1 e^{-kl_1 x_3} \operatorname{Re} \xi) \cos k(x_1 - v_S t). \quad (21)$$

Аналогично (21) для волны Стоунли в нижнем полупространстве ($x_3 < 0$)

$$u'_1 = \tilde{u}'_1(e^{kl'_1 x_3} \operatorname{Re} \xi + l'_2 e^{kl'_2 x_3}) \sin k(x_1 - v_S t), \\ u'_2 = 0, \\ u'_3 = \tilde{u}'_3(e^{kl'_2 x_3} + l'_1 e^{kl'_1 x_3} \operatorname{Re} \xi) \cos k(x_1 - v_S t). \quad (22)$$

Для волн нового типа (см. табл.2), у которых один из параметров распространения в каждом из полупространств положительный, а другой – чисто мнимый, действительные компоненты вектора смещений верхнего полупространства ($x_3 \geq 0$) имеют вид

$$u_1 = \tilde{u}_1(e^{-kl_1 x_3} \operatorname{Re} \xi + |l_2| \sin k |l_2| x_3) \sin k(x_1 - v_S t), \\ u_2 = 0, \\ u_3 = \tilde{u}_3(\cos k |l_2| x_3 + l_1 e^{-kl_1 x_3} \operatorname{Re} \xi) \cos k(x_1 - v_S t). \quad (23)$$

Аналогично для нижнего полупространства ($x_3 < 0$):

$$u'_1 = \tilde{u}'_1(e^{kl'_1 x_3} \operatorname{Re} \xi + |l'_2| \sin k |l'_2| x_3) \sin k(x_1 - v_S t), \\ u'_2 = 0, \\ u'_3 = \tilde{u}'_3(\cos k |l'_2| x_3 + l'_1 e^{kl'_1 x_3} \operatorname{Re} \xi) \cos k(x_1 - v_S t). \quad (24)$$

Волновые решения в каждом из полупространств представляют собой суперпозицию двух эллиптически поляризованных волн, одна из которых экспоненциально убывает в глубь каждого полупространства, а другая волна оказывается модулированной по амплитуде во всем полупространстве.

Если все параметры распространения оказываются чисто мнимыми (см. табл.2), то вдоль границы контакта двух полупространств может распространяться эллиптически поляризованная объемная волна, модулированная по амплитуде внутри каждого из полупространств. Для нее действительные компоненты поля вектора смещений можно представить в следующем виде ($x_3 > 0$):

$$\begin{aligned} u_1 &= \tilde{u}_1 (|\xi| \cos(k|l_1|x_3 - \varphi) + |l_2| \sin k|l_2|x_3) \sin k(x_1 - v_s t), \\ u_2 &= 0, \\ u_3 &= \tilde{u}_3 (\cos k|l_2|x_3 + |\xi| |l_1| \sin(k|l_1|x_3 - \varphi)) \cos k(x_1 - v_s t). \end{aligned} \quad (25)$$

Для нижнего полупространства ($x_3 < 0$) имеем:

$$\begin{aligned} u'_1 &= \tilde{u}'_1 (|\xi| \cos(k|l'_1|x_3 - \varphi) + |l'_2| \sin k|l'_2|x_3) \sin k(x_1 - v_s t), \\ u'_2 &= 0, \\ u'_3 &= \tilde{u}'_3 (\cos k|l'_2|x_3 + |\xi| |l'_1| \sin(k|l'_1|x_3 - \varphi)) \cos k(x_1 - v_s t), \end{aligned} \quad (26)$$

где $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{Im} \xi / \operatorname{Re} \xi$.

Заключение. Анализ результатов расчета позволяет сделать вывод о существовании четырех различных типов волн, поляризованных в сагиттальной плоскости и распространяющихся вдоль границы акустического контакта двух упругих полупространств:

- классические волны Стоунли (21) и (22), у которых амплитуда экспоненциально убывает от границы контакта в глубь каждого из полупространств;
- волны нового типа (23) и (24), у которых амплитуда имеет две составляющие: экспоненциально убывающую и осциллирующую в каждом из полупространств;
- быстрые волны нового типа (25) и (26) – это объемные волны, у которых амплитуда осциллирует в каждом из полупространств;
- медленные объемные волны нового типа с осциллирующей амплитудой в каждом из полупространств.

Литература

1. **Stonly R.** Elastic waves at the surface of separation of two solids // *Proc. Roy. Soc.* – 1924. – A-106. – P. 416 – 428.
2. **Grinzburg A., Strick E.** Stoneley-wave velocities for solid-solid interface // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* – 1958. – Vol. 48. – P. 51 – 59.
3. **Lee D., Corbly D.M.** Use of interface waves for nondestructive inspection // *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics.* – 1977. – Vol. SU-24. – No.3. – P. 206–212.
4. **Rokhlin S.I., Hefets M., Rosen M.** An ultrasonic interface wave method for predicting the strength of adhesive bonds // *J. Appl. Phys.* – 1981. – Vol. 52. – No.4. – P. 2847–2851.
5. **Li B., Qiang L., Lu T., Li M.** Experimental verification of the interface wave method to detect interlaminar damage of a metal multilayer structure // *Frontiers of Mechanical Engineering.* – 2015. – Vol.10. – No.4. – P. 380 – 391.
6. **Abhishek Kumar Singh, Anirban Lakshmen, Amares Chattopahyay.** Effect of Internal Friction and Lamé Ratio on Stoneley Wave Propagation in Viscoelastic Media of Order 1 // *International Journal of Geomechanics.* – 2016. – Vol.16. – Iss. 4. – 04015090.

7. Мороча А.К., Тимеров Р.Х., Кравченко Л.Н. Монолитный акустоэлектрический конвольвер // А. с. №1732430. – 1990.
8. Stonelay R. The propagation of surface elastic waves in a cubic crystal // Proc. Roy. Soc. – 1955. – A - 232. – P. 416–428.
9. Lim T.C., Musgrave M.G.P. Stonelay waves in anisotropic media // Nature. – 1973. – Vol. 225 (24 Jan). – P. 372 – 381.
10. Sezawa K., Kanai K. The range of existence of Stoneley waves and some related problems // Bull.Tokyo (Imperial) Univ. Earthquake Res. Inst. – 1939. – Vol.17. – P.1 – 9.
11. Barnett D.M., Lothe J. The existence of Rayleigh (surface) waves solutions in anisotropic elastic half-spaces // Modern problems in elastic wave propagation. – NY.: Wiley, 1978. – P. 445 – 457.

Статья поступила
9 сентября 2016 г.

Мороча Арнольд Климентьевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры квантовой физики и наноэлектроники МИЭТ. *Область научных интересов:* магнитная радиоспектроскопия, квантовая электроника, поверхностные акустические волны, акустический перенос зарядов, акустонаноэлектроника.
E-mail: Arnold.36@mail.ru

Рожков Александр Сергеевич – аспирант кафедры квантовой физики и наноэлектроники МИЭТ. *Область научных интересов:* квантовая физика, интегральная электроника, акустоэлектроника.

Книжные новинки



Абрамов И.И. Основы моделирования элементов микро- и наноэлектроники. - LAP LAMBERT Academic Publishing, Germany, 2016. - 444 с.



В монографии рассмотрены физические основы, проблемы и принципы моделирования приборных структур (элементов) микро- и наноэлектроники. С единых позиций проведена систематизация моделей элементов. Основное внимание уделено наиболее адекватным численным моделям. Книга предназначена для специалистов в области микро- и наноэлектроники, преподавателям, аспирантам, магистрантам и студентам соответствующих специальностей. Монография написана на основе статей автора, опубликованных в ведущих научно-технических журналах Российской Федерации в области микро- и наноэлектроники, и обобщает его сорокалетний опыт работы в данной области науки.

Информацию о книге и ее приобретении можно получить, обратившись на сайт:
<https://www.ljpubljuknigi.ru/>