

**Коррекция геометрического ослабления излучения
в позитронно-эмиссионной томографии**

С.А. Терещенко, А.Ю. Лысенко

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,
г. Москва, Россия*

tsa@miee.ru

В позитронно-эмиссионной томографии существуют факторы, которые искажают получаемую томограмму. Одним из таких факторов является геометрическое ослабление излучения.

С помощью численного моделирования исследовано влияние геометрического ослабления излучения на качество реконструкции пространственного распределения источников излучения в зависимости от габаритов объекта и радиуса вращения позиционно-чувствительного детектора. Предложен итерационный метод коррекции искажений, обусловленных геометрическим ослаблением излучения. Рассчитано равномерное отклонение восстановленного изображения от заданного в зависимости от количества итераций коррекционного алгоритма.

Полученные результаты могут быть использованы как для улучшения качества реконструкции томограмм при использовании стандартных алгоритмов восстановления пространственного распределения источников излучения, так и для разработки нового программного обеспечения существующих томографов.

Ключевые слова: позитронно-эмиссионная томография; геометрическое ослабление; коррекция искажений.

Для цитирования: Терещенко С.А., Лысенко А.Ю. Коррекция геометрического ослабления излучения в позитронно-эмиссионной томографии // Изв. вузов. Электроника. – 2017. – Т.22. – №2. – С. 180–186. DOI: 10.24151/1561-5405-2017-22-2-180-186

Correction of Solid Angle Fraction in Positron Emission Tomography

S.A. Tereshchenko, A.Yu. Lysenko

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia

tsa@miee.ru

In positron emission tomography the number of factors, which distort the tomogram being obtained, exists. One of these factors is the solid angle fraction.

Using the numeric simulation the influence of the solid angle fraction on the reconstruction quality of spatial source distribution depending on the object dimensions and the radius of the position-sensitive detector has been studied. The new iterative method for the distortion correction in the reconstructed image has been proposed. The uniform deviation of the reconstructed image from the given one has been calculated depending on the number of the correction algorithm iterations.

The results obtained can be used both to improve the quality of tomogram reconstruction for standard algorithms reconstructing the spatial distribution of radiation sources, and to develop a new software for existing tomographs.

Keywords: positron emission tomography; solid angle fraction; distortion correction.

For citation: Tereshchenko S.A., Lysenko A.Yu. Correction of Solid Angle Fraction in Positron Emission Tomography// Proc. of universities. Electronics. – 2017. – Vol.22. – №2. – P. 180–186. DOI: 10.214151/1561-5405-2017-22-2-180-186

Введение. Вычислительная томография – мощный инструмент визуализации внутренних структур непрозрачных объектов [1–8]. Известны два класса вычислительной томографии: трансмиссионная вычислительная томография (ТВТ) и эмиссионная вычислительная томография (ЭВТ).

В ТВТ исследуемый объект облучается внешним излучением, которое после прохождения через объект и частичного ослабления регистрируется детектором. По показаниям детектора формируются исходные данные для реконструкции, которые называются проекциями. Проекции в ТВТ связаны с искомым пространственным распределением коэффициента поглощения преобразованием Радона [9]. По исходному набору проекций с использованием обратного преобразования Радона восстанавливается пространственное распределение коэффициента поглощения. Кроме поглощения излучения на показания детекторов в ТВТ влияет множество других факторов, например рассеяние излучения, квантовая статистика, артефакты движения и др. [1, 2, 4, 7].

В ЭВТ исследуется пространственное распределение источников излучения – атомов радионуклидов. ЭВТ реализована в двух основных вариантах: однофотонная эмиссионная вычислительная томография (ОФЭВТ) и позитронно-эмиссионная томография (ПЭТ) [4, 6, 8]. В ОФЭВТ регистрируются одиночные гамма-кванты, непосредственно образовавшиеся в результате распадов атомов радионуклида. В ПЭТ при распаде атомов радионуклида образуются позитроны, которые практически сразу аннигилируют с электронами окружающей среды. Затем детектор регистрирует разлетающиеся приблизительно в противоположных направлениях пары гамма-квантов, возникшие при аннигиляции позитронов. В ОФЭВТ выходящее из исследуемого объекта излучение регист-

рируется позиционно-чувствительным детектором (ПЧД) с использованием коллиматоров из тяжелых металлов. В ПЭТ в отличие от ОФЭВТ вместо физической коллимации с помощью коллиматора используется так называемая электронная коллимация, основанная на электронной схеме совпадений при регистрации аннигиляционных гамма-квантов. Результаты измерений в ОФЭВТ связаны с искомым пространственным распределением радионуклида экспоненциальным преобразованием Радона [3, 4, 10–12], а в ПЭТ – с более простым преобразованием Радона [4, 6, 13]. Поэтому для реконструкции в ОФЭВТ применяется обратное экспоненциальное преобразование Радона, а в ПЭТ – обратное преобразование Радона.

На показания детекторов в ПЭТ влияют такие факторы, как рассеяние излучения, квантовая статистика, артефакты движения и т. д. [1, 4, 7, 13]. Среди этих факторов особый интерес представляет так называемый фактор геометрического ослабления (solid angle fraction) [1, 3]. Геометрическое ослабление связано с телесным углом, в котором на элементарный детектор попадают частицы из каждого элементарного объема источника излучения. Обычно влиянием геометрического ослабления пренебрегают по сравнению с поглощением излучения в веществе объекта. Это пренебрежение обусловлено не столько тем, что геометрическое ослабление очень мало, сколько тем, что точно его учесть пока не удастся. Тем не менее исследование влияния геометрического ослабления на качество реконструированных томограмм и разработка способов хотя бы приближенной коррекции этого влияния имеет теоретический и практический интерес.

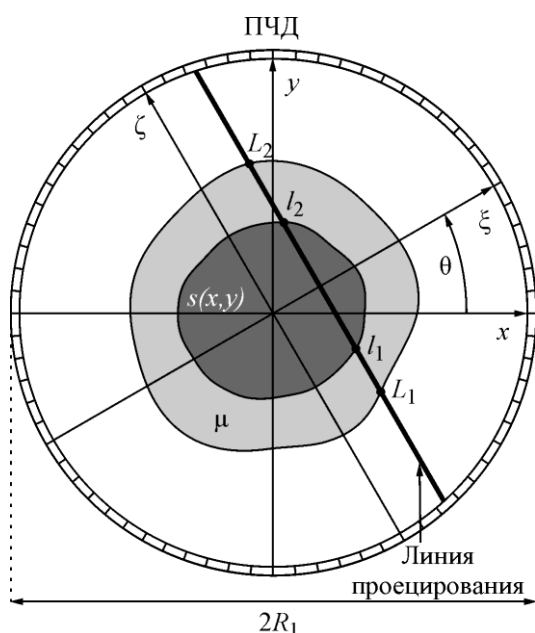


Рис.1. Схема измерений в ПЭТ: L_1, L_2 – внешние границы объекта на линии проецирования; l_1, l_2 – границы распределения источников излучения на линии проецирования; R_1 – радиус кольцевого ПЧД в ПЭТ

В настоящей работе исследуется влияние геометрического ослабления на качество реконструкции томограмм в ПЭТ в зависимости от габаритов объекта и радиуса вращения системы. Кроме того, предлагается итерационный алгоритм коррекции искажений в томограммах, полученных с помощью традиционных методов реконструкции пространственного распределения источников излучения.

Постановка задачи. Введем следующие обозначения: $s(x, y)$ – пространственное распределение источников излучения в неподвижной системе координат (x, y) ; $s_\theta(\xi, \zeta)$ – пространственное распределение источников излучения во вращающейся системе координат (ξ, ζ) , повернутой на угол θ относительно неподвижной системы координат. Зарегистрированные данные схемы совпадений детектора можно преобразовать в проекции, соответствующие традиционной геометрической схеме измерений с параллельными проекциями. Тогда в ПЭТ проекции

$p_0(\xi, \theta)$, образованные по показаниям ПЧД и учитывающие геометрическое ослабление излучения, можно записать в следующем виде (рис.1):

$$p_0(\xi, \theta) = e^{-\mu(L_2-L_1)} \int_{l_1}^{l_2} \frac{s_\theta(\xi, \zeta)}{(R_1^2 - \zeta^2 - \xi^2)^2} d\zeta. \quad (1)$$

Поскольку границы объекта известны заранее, множитель $e^{-\mu(L_2-L_1)}$ можно компенсировать, умножая $p_0(\xi, \theta)$ на $e^{+\mu(L_2-L_1)}$. Тогда получим

$$p(\xi, \theta) = p_0(\xi, \theta) e^{\mu(L_2-L_1)} = \int_{l_1}^{l_2} \frac{s_\theta(\xi, \zeta)}{(R_1^2 - \zeta^2 - \xi^2)^2} d\zeta. \quad (2)$$

В (1) и (2) множитель $\frac{1}{(R_1^2 - \zeta^2 - \xi^2)^2}$ является фактором геометрического ослабления для ПЭТ. Если фактором геометрического ослабления пренебречь, получим

$$\tilde{p}(\xi, \theta) = \int_{l_1}^{l_2} s_\theta(\xi, \zeta) d\zeta = \int_{-\infty}^{+\infty} s_\theta(\xi, \zeta) d\zeta = \Re\{s(x, y)\}, \quad (3)$$

где $\Re\{s(x, y)\}$ – преобразование Радона функции $s(x, y)$.

Именно выражение (3) берется за основу, и для восстановления пространственного распределения источников излучения в ПЭТ используется обратное преобразование Радона $\Re^{-1}\{\bullet\}$:

$$\tilde{s}(x, y) = \Re^{-1}\{p(\xi, \theta)\}, \quad (4)$$

где $\tilde{s}(x, y)$ – реконструированная оценка функции $s(x, y)$.

Сравнивая исходное $s(x, y)$ и восстановленное $\tilde{s}(x, y)$ распределения, можно оценить влияние фактора геометрического ослабления. Представляет интерес исследование такого влияния от габаритов объекта и радиуса R_1 кольцевого ПЧД (см. рис.1).

Для оценки точности реконструкции выбран критерий, представляющий собой равномерное отклонение восстановленного распределения источников излучения от заданного:

$$U = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} |s_{ij}|} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} |s_{ij} - \tilde{s}_{ij}|, \quad (5)$$

где s_{ij} – дискретная версия исходного пространственного распределения $s(x_i, y_j)$ источников излучения в точке (x_i, y_j) ; \tilde{s}_{ij} – дискретная версия реконструированного пространственного распределения $\tilde{s}(x_i, y_j)$ источников излучения в точке (x_i, y_j) ; N_x – количество дискретных элементов изображения по оси x ; N_y – количество дискретных элементов изображения по оси y .

Численное моделирование. Для исследования выбраны распределение источников излучения типа полусфероида $s(x, y) = s_0 \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_0^2}}$ в пределах круга радиусом R_0 с центром в начале координат с амплитудой распределения s_0 (рис.2,а) и более

сложное распределение источников излучения типа фантома Шеппа – Логана в пределах этого же круга (рис.2,б). Фактически геометрическое ослабление зависит от отношения R_1/R_0 . На рис.3,а показаны зависимости точности восстановления по критерию (5) от отношения R_1/R_0 . Как и следовало ожидать, влияние геометрического ослабления уменьшается при увеличении отношения R_1/R_0 .

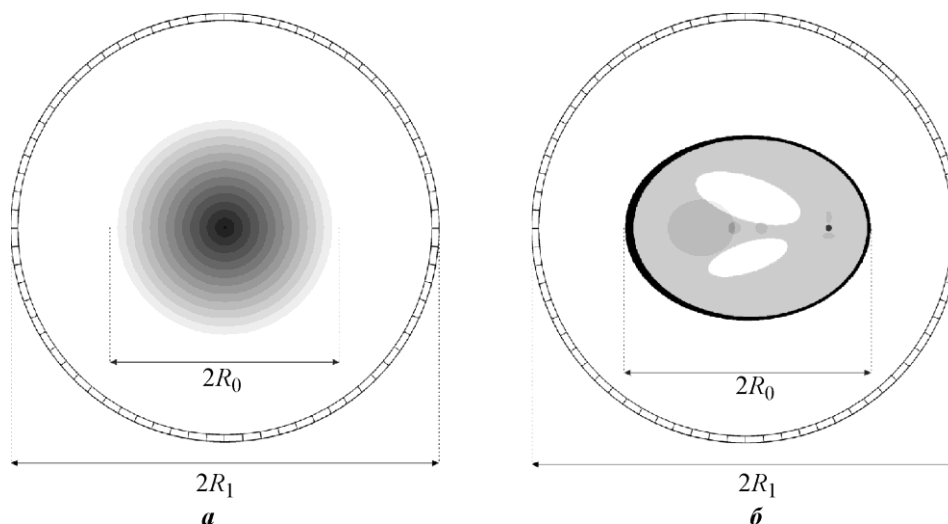


Рис.2. Распределение источников излучения типа полусфероида (а) и типа фантома Шеппа – Логана (б)

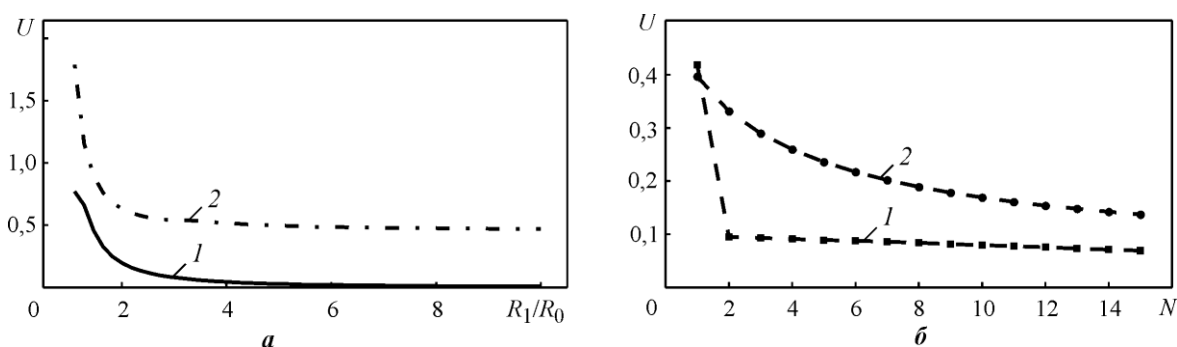


Рис.3. Зависимость точности реконструкции U от отношения R_1/R_0 (а) и от числа итераций алгоритма коррекции геометрического ослабления N (б): 1 – для полусфероида; 2 – для фантома Шеппа – Логана

Для коррекции влияния геометрического ослабления в ПЭТ можно предложить следующий итерационный алгоритм. По проекционным данным $p(\xi, \theta)$ находится нулевое приближение $s_0(x, y)$ в соответствии с (4). Затем вычисляются проекции первого порядка $p_1(\xi, \theta) = \mathfrak{R}\{s_0(x, y)\}$ и по разности между исходными проекциями $p(\xi, \theta)$ и приближенными проекциями $p_1(\xi, \theta)$ вычисляется добавка к нулевому приближению $\Delta s_1(x, y) = \mathfrak{R}^{-1}\{p(\xi, \theta) - p_1(\xi, \theta)\}$. После этого можно вычислить первое приближение $s_1(x, y) = s_0(x, y) + \Delta s_1(x, y)$. Далее вычисляются приближенные проекции второго порядка $p_2(\xi, \theta) = \mathfrak{R}\{s_1(x, y)\}$, добавка второго порядка $\Delta s_2(x, y) = \mathfrak{R}^{-1}\{p(\xi, \theta) - p_2(\xi, \theta)\}$ и второе приближение $s_2(x, y) = s_1(x, y) + \Delta s_2(x, y)$. Такие итерации можно повторять неограниченно.

ное число раз. Однако после некоторого количества итераций процесс улучшения томограммы резко замедляется, после чего дальнейшие итерации нецелесообразны.

На рис.3,б представлена зависимость точности реконструкции от числа итераций при использовании предложенного алгоритма для исследуемых объектов. Видно, что итерационный алгоритм резко замедляется после 3-4 итераций. Реконструкция распределения источников излучения типа фантома Шеппа – Логана представлена на рис.4. Видно улучшение изображения после коррекции геометрического ослабления.

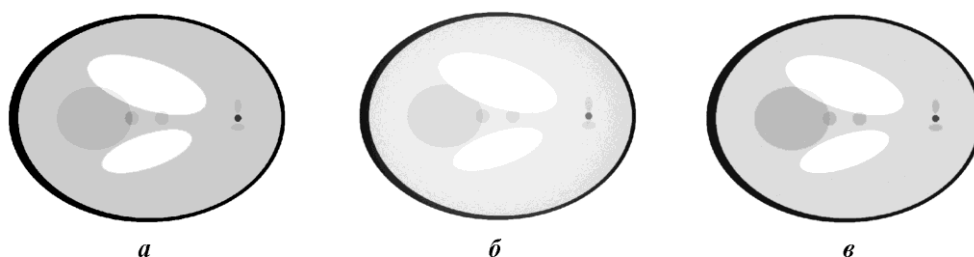


Рис.4. Коррекция геометрического ослабления для фантома Шеппа-Логана: *а* – исходное изображение; *б* – изображение без коррекции; *в* – скорректированное изображение после 10 итераций

Заключение. Исследование влияния геометрического ослабления в ПЭТ на качество реконструкции пространственного распределения источников излучения показало следующее. В целом качество реконструкции томограмм при учете фактора геометрического ослабления улучшается при уменьшении габаритов объекта и увеличении радиуса кольцевого ПЧД. Предложенный итерационный метод коррекции геометрического ослабления в ПЭТ существенно улучшает точность реконструкции по критерию равномерного отклонения восстановленного распределения источников излучения от заданного.

Полученные результаты могут быть использованы как для улучшения качества реконструкции томограмм при применении стандартных алгоритмов восстановления пространственного распределения источников излучения, так и для разработки нового программного обеспечения существующих томографов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 14.575.21.0090, идентификатор RFMEFI57514X0090).

Литература

1. Image reconstruction from projections: implementation and applications / *Ed. by Herman G.T.* – Berlin – N.Y.: Springer-Verlag, 1979. – 252 p.
2. *Хермен Г.* Восстановление изображений по проекциям: основы реконструктивной томографии; пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 352 с.
3. *Федоров Г.А., Терещенко С.А.* Вычислительная эмиссионная томография. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 184 с.
4. Emission tomography: The fundamentals of PET and SPECT / *Ed. by M.N Wernick, J.N.Aarsvold.* – San Diego: Elsevier Academic Press, 2004. – 580 p.
5. *Календер В.* Компьютерная томография: основы, техника, качество изображений и области клинического использования; пер. с англ. – М.: Техносфера, 2006. – 343 с.
6. *Bushberg J.T., Seibert J.A., Leidholdt E.M., Boone J.M.* The essential physics of medical imaging. – Philadelphia, PA, USA: Lippincott Williams & Wilkins, 2012. – 1048 p.
7. *Case J.A., Bateman T.M.* Taking the perfect nuclear image: quality control, acquisition, and processing techniques for cardiac SPECT, PET, and hybrid imaging // J. of Nuclear Cardiology. – 2013. – Vol. 20. – No.5. – P. 891–907.
8. *Berker Y., Li Y.* Attenuation correction in emission tomography using the emission data: a review // Medical Physics. – 2016. – Vol. 43(2). – P. 807–832.
9. *Радон И.* Об определении функций по их интегралам вдоль некоторых многообразий // *Хелгасон С.* Преобразование Радона: пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – С. 134–148.

10. Bellini S., Piacentini M., Cafforio C., Rocca F. Compensation of tissue absorption in emission tomography // IEEE Tr. on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1979. – Vol. ASSP-27. – No. 3. – P. 213–218.
11. Tretiak O., Metz C. The exponential Radon transform // SIAM J. of Applied Mathematics. – 1980. – Vol. 39. – No.2. – P. 341–354.
12. Gullberg G.T., Budinger T.F. The use of filtering methods to compensate for constant attenuation in single-photon emission computed tomography // IEEE Tr. on Biomedical Engineering. – 1981. – Vol. BME-28. – No.2. – P. 142–157.
13. A positron-based attenuation correction for positron emission tomography data using MCNP6 code / M. Saeed, T.El. Khoukhi, Y. Boulaich et al. // J. of Radiation Research and Applied Sciences. – 2016. – Vol. 9. – Iss. 1. – P. 101–108.

Поступила 10.10.2016 г.; принята к публикации 24.01.2017 г.

Терещенко Сергей Андреевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры биомедицинских систем МИЭТ (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д.1), tsa@miee.ru.

Лысенко Александр Юрьевич – магистрант кафедры биомедицинских систем МИЭТ (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д.1), lysenko-ay@yandex.ru.

References

1. *Image reconstruction from projections: implementation and applications*. Ed. by Herman G.T. Berlin – N.Y., Springer-Verlag, 1979, 252 p.
2. Herman G.T. *Image Reconstruction from Projections. The Fundamentals of Computerized Tomography*, Springer Science & Business Media, 2009, 300 p. (Russ. ed.: Khermen G. *Vosstanovlenie izobrazhenij po proektsiyam: osnovy rekonstruktivnoj tomografii*. Moscow, Mir, 1983, 352 p.).
3. Fedorov G.A., Tereshchenko S.A. *Vychislitel'naya emissionnaya tomografiya* [Computed Emission Tomography]. Moscow, Energoatomizdat, 1990, 184 p.
4. *Emission tomography: The fundamentals of PET and SPECT*. Ed. by M.N Wernick, J.N.Aarsvold. San Diego, Elsevier Academic Press, 2004, 580 p.
5. Kalender W.A. *Computed Tomography: Fundamentals, System Technology, Image Quality, Applications*. 3rd Edition, John Wiley & Sons, 2011, 372 p. (Russ. ed.: Kalender V. *Komp'yuternaya tomografiya: osnovy, tekhnika, kachestvo izobrazhenij i oblasti klinicheskogo ispol'zovaniya*. Moscow, Tekhnosfera, 2006, 343 p.).
6. Bushberg J.T., Seibert J.A., Leidholdt E.M., Boone J.M. *The essential physics of medical imaging* Philadelphia, PA, USA: Lippincott Williams & Wilkins, 2012, 1048 p.
7. Case J.A., Bateman T.M. Taking the perfect nuclear image: quality control, acquisition, and processing techniques for cardiac SPECT, PET, and hybrid imaging. *J. of Nuclear Cardiology*, 2013, vol. 20, no.5, pp. 891–907.
8. Berker Y., Li Y. Attenuation correction in emission tomography using the emission data: a review. *Medical Physics*, 2016, vol. 43(2), pp. 807–832.
9. Radon J. *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten*. In: Helgason S. *The Radon transform*. Boston, Mass.: Birkhäuser, 1980, 192 p. (Russ. ed.: Radon I. *Ob opredelenii funktsij po ikh integralam vdol' nekotorykh mnogoobrazij*. Kn.: Khelgason S. *Preobrazovanie Radona*. Moscow, Mir, 1983, pp. 134–148).
10. Bellini S., Piacentini M., Cafforio C., Rocca F. Compensation of tissue absorption in emission tomography. *IEEE Tr. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1979, vol. ASSP-27, no. 3, pp. 213–218.
11. Tretiak O., Metz C. The exponential Radon transform. *SIAM J. of Applied Mathematics*, 1980, vol. 39, no.2, pp. 341–354.
12. Gullberg G.T., Budinger T.F. The use of filtering methods to compensate for constant attenuation in single-photon emission computed tomography. *IEEE Tr. on Biomedical Engineering*, 1981, vol. BME-28, no.2, pp. 142–157.
13. Saeed M., Khoukhi T.El., Boulaich Y. et al. A positron-based attenuation correction for positron emission tomography data using MCNP6 code. *J. of Radiation Research and Applied Sciences*, 2016, vol. 9, iss. 1, pp. 101–108.

Submitted 10.10.2016; accepted 24.01.2017