

**Исследование коэффициента жесткости
кремниевых балок микромеханических
резонансных акселерометров**

Аунг Тхура, Б.М. Симонов, С.П. Тимошенко

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,
г. Москва, Россия*

serborsel@mail.ru

При создании микромеханических резонансных акселерометров необходимо обеспечить высокую чувствительность прибора, которая непосредственно связана с амплитудой отклонения инерционной массы под действием ускорения. Увеличение инерционной массы приводит к повышению чувствительности датчика. Использование различных подвесов обеспечивает высокую чувствительность датчика при малых размерах инерционной массы.

Представлена математическая модель прямоугольной складчатой кремниевой балки микромеханического резонансного акселерометра, получено соотношение для определения коэффициента жесткости складчатой пружины, применяемой в ряде конструкций микромеханических датчиков, приведены результаты расчета ее параметров. С помощью программы ANSYS проведено моделирование складчатой балки, подтвердившее результаты расчета. Результаты расчета коэффициента жесткости складчатой балки сравниваются с данными из других источников. Учет остаточного напряжения (до 100 МПа) показал снижение деформации балки на 2,92–3,7 % в зависимости от ориентации кремния.

Использование складчатых балок компактных размеров позволяет повысить эффективность работы резонатора, добиться большего смещения в направлении воздействия ускорения и стабильности положения инерционной массы в других направлениях, учитывая гибкость и жесткость в разных направлениях.

Ключевые слова: складчатая балка; микромеханический резонансный акселерометр; инерционная масса; подвесы; гибкость; жесткость.

Для цитирования: Аунг Тхура, Симонов Б.М., Тимошенко С.П. Исследование коэффициента жесткости кремниевых балок микромеханических резонансных акселерометров // Изв. вузов. Электроника. – 2017. – Т.22. – №3. – С. 276–284.

Study on Rigidity Coefficient of Silicon Beams of Micromechanical Resonance Accelerometers

Aung Thura, B.M. Simonov, S.P. Timoshenkov

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia

serborsel@mail.ru

When designing MEMS accelerometers, it is necessary to provide the high sensitivity of the instrument, which is directly related to the amplitude of deflection of the inertial mass under the acceleration effect. The inertial mass increase results in the sensor sensitivity increase.

The results of the calculation of the spring constant of the micro-mechanical accelerometer folded beam have been presented. The modeling using the ANSYS program, confirming the calculation results, has been performed.

The use of the folded beams having compact sizes permits to increase the efficiency of the resonator operation, to achieve greater displacement in direction of the acceleration and stability of the inertial mass in other directions, taking into account the flexibility and rigidity in different directions.

Keywords: folded beam; micromechanical resonant accelerometer, inertial mass, suspensions; flexibility; rigidity.

For citation: Aung Thura, Simonov B.M., Timoshenkov S.P. Study on Rigidity Coefficient of Silicon Beams of Micromechanical Resonance Accelerometers // Proc. of universities. Electronics. – 2017. – Vol.22. – №3. – P. 276–284.

Введение. Различные конструкции микромеханических датчиков параметров движения (акселерометров, гироскопов и др.) позволяют снимать полезный сигнал с чувствительных элементов этих приборов разными способами: емкостным, индуктивным, оптическим, потенциометрическим, сервоуправляемым, частотным, пьезоэлектрическим, пьезорезистивным и др. [1]. Чувствительность датчика зависит от его конструкции, инерционной массы, схемотехнических решений и др. [2]. При большой инерционной массе чувствительность датчика повышается. Согласно требованиям к ограничению размеров датчика для снижения инерционности движения используются микрорычаги и подвесы. В результате достигается высокая чувствительность датчика при небольших размерах инерционной массы.

Подвесы могут иметь разные формы. Прямоугольная складчатая балка (пружина) микромеханического акселерометра рассмотрена в работах [3–5]. В [4] показаны два типа конструкций складчатой пружины, рассчитаны коэффициенты жесткости складчатой пружины с прямоугольной и круглой формами сечения балок. Также разработаны рекомендации по выбору коэффициента жесткости пружины в требуемом направлении и в других направлениях для балок с прямоугольной и круглой формой сечения. Однако результаты расчета коэффициента жесткости пружины прямоугольной складчатой балки не совпали с результатами, полученными посредством моделирования с помощью программы ANSYS. В работе [5] представлена математическая модель для определения коэффициента жесткости прямоугольной складчатой пружины и выполнены расчеты. Авторы рассматривали две части прямоугольной складчатой балки как балки с

двумя закрепленными концами. Результаты также не совпали с результатами расчета на основе моделирования в программе ANSYS.

В настоящей работе представлена новая математическая модель прямоугольной складчатой пружины. Правомомерность ее использования подтверждена с помощью моделирования в программе ANSYS.

Элементы конструкций микромеханических акселерометров. Существуют разные типы конструкций подвесов инерционной массы: складчатая балка, двухфиксированная балка, змеевидная балка и балка типа «ноги краба». Складчатая балка имеет большую гибкость в требуемом направлении и повышенную жесткость в других направлениях. Используются конструктивные разновидности складчатых балок, в частности так называемые внешняя складчатая пружина и внутренняя складчатая пружина [4].

В требуемом направлении в соответствии с направлением действия ускорения внешняя складчатая пружина характеризуется большей жесткостью, чем внутренняя пружина. У внешней складчатой пружины отношение коэффициента жесткости в требуемом направлении к коэффициенту жесткости в других направлениях больше, чем у внутренней пружины: k_x/k_z или k_x/k_y , где k_x – коэффициент жесткости пружины в требуемом направлении; k_z или k_y – коэффициенты жесткости пружины в других направлениях. В микромеханических акселерометрах коэффициент жесткости пружины подвеса зависит от ее положения относительно инерционной массы. В требуемом направлении коэффициент жесткости пружины подвеса и его отношения к коэффициентам жесткости пружины в других направлениях зависят от ее конструкции. Анализ конструкций показал, что пружина с прямоугольной формой сечения более гибкая в требуемом направлении, чем пружина с круглой формой сечения, а отношение коэффициентов жесткости пружины с сечением круглой формы для требуемого направления и для других направлений меньше, чем пружины с сечением прямоугольной формы. При этом круглая форма сечения более предпочтительна для защиты от динамического удара. Отметим, что прямоугольная форма сечения складчатой пружины чаще используется в конструкциях микромеханических акселерометров.

Как правило, основой акселерометра является механическая вибрационная система. На рис.1 показаны конструкция акселерометра со складчатыми пружинами и варианты подвеса свободного тела акселерометра на пружинах. Масса подвешена с помощью четырех пружин (см. рис.1,б) или двух пружин (см. рис.1,в).

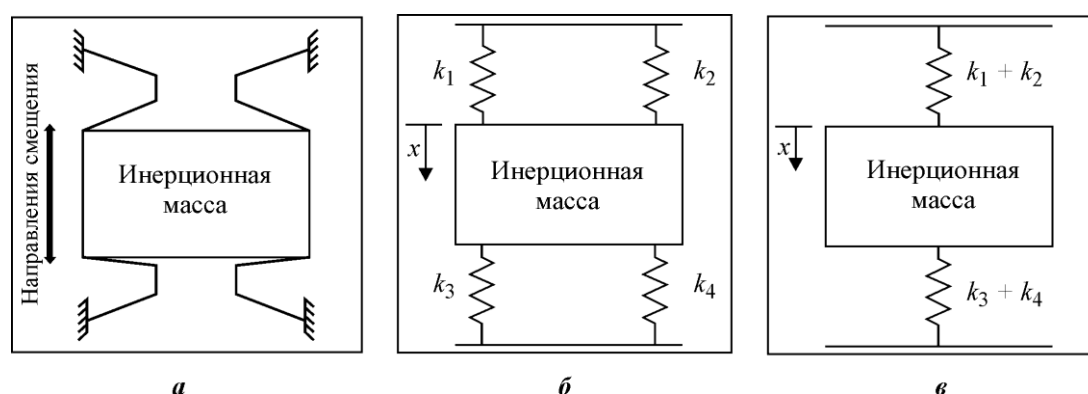


Рис.1. Схематическое изображение конструкции инерционной массы акселерометра: а – со складчатой пружиной; б, в – подвешенной на четырех и двух пружинах соответственно ($k_1...k_4$ – коэффициенты жесткости пружин)

Для силы, действующей вдоль оси чувствительности, запишем

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma, \\ -(k_1 + k_2)x - (k_3 + k_4)x &= ma, \\ ma + (k_1 + k_2)x + (k_3 + k_4)x &= 0, \\ ma + (k_1 + k_2 + k_3 + k_4)x &= 0, \\ ma + (k_{\text{сум}})x &= 0,\end{aligned}$$

где m – инерционная масса; F_x – сила; a – ускорение; x – отклонение; $k_{\text{сум}}$ – суммарный коэффициент жесткости четырех складчатых пружин.

Расчет коэффициента жесткости складчатой пружины. Прямоугольную складчатую пружину, показанную на рис.2,а, условно можно разделить на три фрагмента: две консольные балки с концентрированными нагрузками на них (рис.2,в) и балку, показанную на рис.2,б, которая находится между двумя консольными балками (рис.2,в,г).

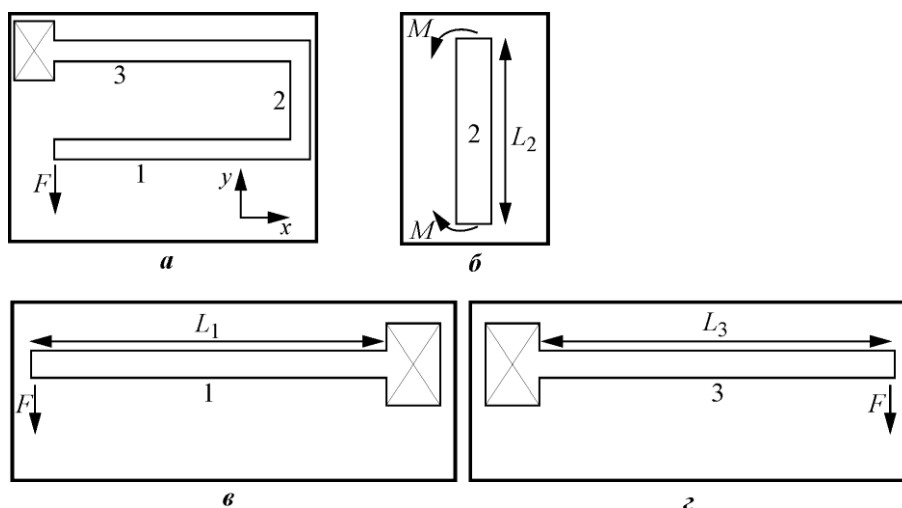


Рис.2. Складчатая пружина с фрагментами конструкции 1–3 (а), модель фрагмента 2 (б) и модели фрагментов 1 (в) и 3 (г)

Для того чтобы вычислить коэффициент жесткости пружины складчатой балки по закону Гука, сначала нужно рассчитать отклонение балки. На рис.3 показан фрагмент 1 ее части в виде консольной балки с сосредоточенной нагрузкой. Балка может отклоняться в результате приложения к ней крутящего момента M , напряжения сдвига, осевой силы кручения и касательного ускорения. Фрагменты 1 и 3 (см. рис.2) представляют собой консольные балки с сосредоточенной нагрузкой, которые отклоняются в результате воздействия на них только крутящего момента.

Поэтому для фрагмента 1 можно использовать известное уравнение отклонения [6]:

$$\delta_{y1} = \frac{FL_1^3}{3EI_1}. \quad (1)$$

Здесь δ_{y1} – отклонение балки в результате воздействия крутящего момента вдоль оси y ; F – сила, действующая на первый

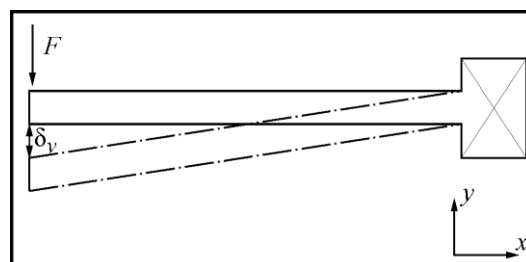


Рис.3. Консольная балка с сосредоточенной нагрузкой

фрагмент; L_1 – длина фрагмента; E – модуль Юнга; I_1 – момент инерции первого фрагмента.

Фрагменты 1 и 3 одинаковые, поэтому для фрагмента 3 уравнение аналогично уравнению (1) и $I_1 = I_3$.

Причины отклонения фрагмента 2 – воздействия крутящего момента и растягивающей силы (рис.4). Для определения такого отклонения используется теорема Кастильяна, описывающая энергетическое воздействие.

Максимальное отклонение в результате воздействия крутящего момента согласно теореме Кастильяна определяется выражением [7]

$$\delta_j = \frac{\delta U}{\delta F_j} = \int_0^{L_2} \frac{1}{EI} \left(M \frac{\partial M}{\partial F_j} \right) dy,$$

где U – энергия деформации; j – направление отклонения; M – крутящий момент; I – момент инерции.

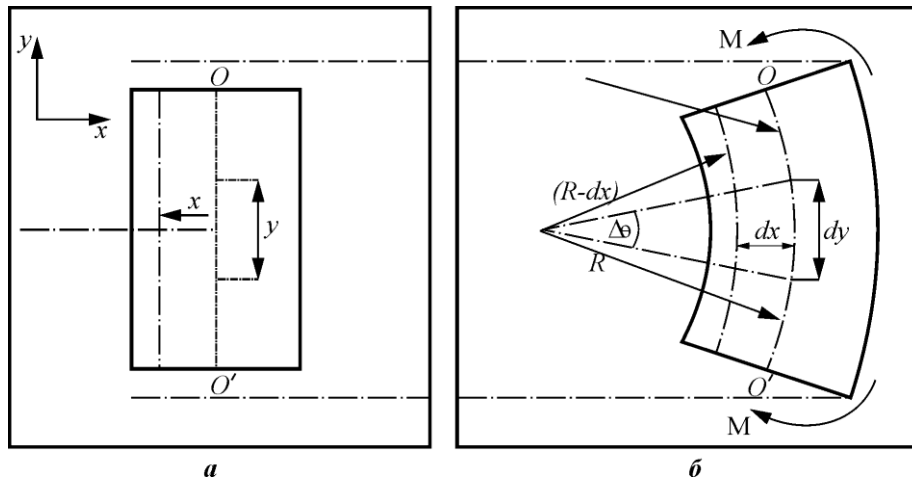


Рис.4. Модель фрагмента 2 (см. рис.2) в отсутствие (а) и при воздействии (б) крутящего момента ($O-O'$ – центральная ось)

Крутящий момент фрагмента 2 $M_2 = FL_1$. Для максимального отклонения фрагмента 2 по оси y запишем

$$\delta_{y_2} = \int_0^{L_2} \frac{1}{EI_2} \left(FL_1 \frac{\partial (FL_1)}{\partial F} \right) dy,$$

$$\delta_{y_2} = \frac{F(L_1^2)}{EI_2} L_2.$$

Отклонение в точке приложения силы P_j в результате действия растягивающей силы F_j по оси j по теореме Кастильяна определяется выражением [7]

$$\delta_j = \frac{\partial U}{\partial P_j} = \sum_{i=1}^n \frac{F_i L_i}{A_i E} \left(\frac{\partial F_i}{\partial P_j} \right),$$

где n – число отрезков по оси x ; i – направление по оси x ; F_i , L_i , A_i – внутренняя сила, длина, площадь, соответствующие i -му направлению.

В рассматриваемом случае внутренняя сила F_i становится в результате растягивающей силы P_j и поэтому направление силы показывает по оси j , т. е. $\frac{\partial F_j}{\partial P_j} = 1$. Тогда максимальное отклонение фрагмента 2 равно:

$$\delta'_{y_2} = \frac{\partial U}{\partial F} = \int_0^{L_2} \frac{1}{A_2 E} \left(F \frac{\partial F}{\partial P} \right) dy = \frac{1}{A_2 E} \int_0^{L_2} F dy = \frac{FL_2}{A_2 E},$$

где A_2 – площадь фрагмента 2.

Запишем выражение для суммарного отклонения всех фрагментов системы:

$$\begin{aligned} \delta_y &= \delta_{y_1} + \delta_{y_3} + \delta_{y_2} + \delta'_{y_2}, \\ \delta_y &= \frac{FL_1^3}{3EI_1} + \frac{FL_3^3}{3EI_3} + \frac{F(L_1^2)}{EI_2} L_2 + \frac{FL_2}{A_2 E}, \end{aligned} \quad (2)$$

здесь $F = 826 \cdot 10^{-6}$ Н, $E = 129,5 \cdot 10^{-6}$ Н/м², $I_1 = I_2 = I_3 = t_1 w^3 / 12 = 8 \cdot 10^{-19}$ м⁴, толщина балки $t_1 = 150 \cdot 10^{-6}$ м, ширина каждого фрагмента балки $w = 40 \cdot 10^{-6}$ м, $L_1 = L_3 = 840 \cdot 10^{-6}$ м, $L_2 = 200 \cdot 10^{-6}$ м, $A_2 = L_2 \cdot w = 8 \cdot 10^{-12}$ м². Суммарное отклонение складчатой пружины $\delta_y = 4,2750 \cdot 10^{-6}$ м.

Моделирование складчатой балки с помощью ANSYS. Полученные результаты расчета проверялись с помощью программы ANSYS. При исследовании складчатой балки использовался монокристаллический кремний ориентации $\langle 100 \rangle$. Размеры складчатой балки: толщина $t_1 = 150 \cdot 10^{-6}$ м; ширина $w = 40 \cdot 10^{-6}$ м; $L_1 = L_3 = 860 \cdot 10^{-6}$ м; $L_2 = 240 \cdot 10^{-6}$ м.

На рис.5 показаны закрепленная складчатая балка без нагрузки и с нагрузкой, а также результаты расчета отклонений складчатой балки, полученные при моделировании. Наибольшее отклонение $\delta = -4,0105 \cdot 10^{-6}$ м («минус» показывает направление отклонения балки). Параметры конструкционной стали, из которой выполнена сетчатая пружина, следующие: плотность $\rho = 2330$ кг·м⁻³; модуль Юнга $E = 1,295 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0,278$; модуль объемной упругости $K = 9,7222 \cdot 10^{10}$ Па; модуль сдвига $G = 5,0665 \cdot 10^{10}$ Па.

Расчет отклонения по формуле (2) дал результат $\delta = -4,2750 \cdot 10^{-6}$ м.

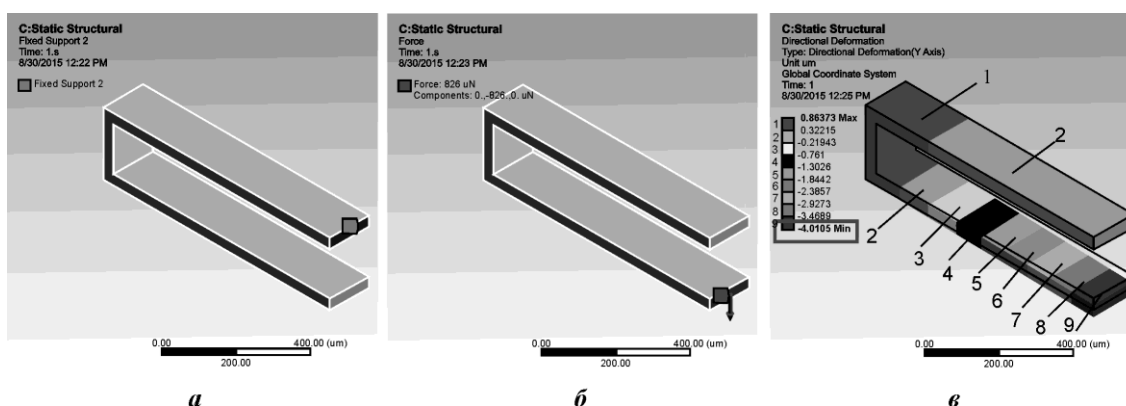


Рис.5. Закрепленная складчатая балка без нагрузки (а), с нагрузкой (б) и ее отклонения при $F = 826$ мкН (в)

В работе [4] исследован коэффициент жесткости пружины складчатой балки, который рассчитывался по формуле

$$\frac{1}{k_c} = \frac{1}{2} \left(\frac{L^3}{12EI} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{6(1+\mu)L}{5wtE} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{L_{c2}}{EA_{c2}} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} \frac{LL_{c2}^2}{EI_{c2}} \right).$$

Здесь L_{c2} , $A_{c2} = L_{c2} \cdot w_{c2}$, I_{c2} – соответственно длина, площадь, момент инерции фрагмента 2.

В результате расчета получен коэффициент жесткости, равный $4,37 \cdot 10^{-6}$ Н/м, что отличается от данных, полученных с помощью программы ANSYS.

В работе [5] фрагменты 1 и 3 рассматриваются как балки с двумя закрепленными концами. В настоящей работе фрагменты 1 и 3 представлены как консольные балки с концентрированными нагрузками. Кроме того, авторы [5] полагали, что на фрагменты 1 и 3 воздействует касательное усилие. В действительности этого нет.

В [4] исследована жесткость пружины складчатой балки. Коэффициент жесткости пружины балки определялся уравнением

$$k_y = \frac{Ehw_b^3}{L_b^3} \frac{(2 + \alpha\beta)}{(1 + 2\alpha\beta)},$$

где h – толщина балки; w_b – ширина балки; L_b – длина балки; $\alpha = I_b/I_t$; I_b – момент инерции балки; I_t – момент инерции фрагмента 2; $\beta = L_t/L_b$, L_t – длина фрагмента 2.

Сравнение значений коэффициента жесткости пружины складчатой балки, полученных в настоящей работе и в работах [4, 5], показывает, что результаты значительно отличаются: $k_y = 193,22$ Н/м (моделирование с использованием программы ANSYS); $k_y = 205,96$ Н/м (расчет); $k_y = 2341,92$ Н/м [4]; $k_y = 3179,95$ Н/м [5]. Используемые авторами [4] и [5] уравнения для расчета коэффициента жесткости пружины практически не работают.

Деформация складчатой балки с учетом остаточного напряжения. Как правило, в конструктивах микромеханических датчиков имеются остаточные напряжения, которые определяются используемыми материалами и технологией их изготовления. В конструкциях датчиков используется кремний различной кристаллографической ориентации $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$. Остаточное напряжение возникает в результате изменения температуры из-за разницы коэффициентов термического расширения материалов чувствительного элемента и конструктивного основания (например, из стекла), соединяемых обычно сращиванием.

**Значения деформации складчатой балки, мкм,
в зависимости от остаточного напряжения**

Кристаллографическая ориентация кремния	Остаточное напряжение σ , МПа			Уменьшение деформации при $\sigma = 100$ МПа, %
	$\sigma = 0$	$\sigma = 50$	$\sigma = 100$	
$\langle 100 \rangle$	4,1501	4,0895	4,0289	2,92
$\langle 110 \rangle$	3,2387	3,1784	3,1184	3,70
$\langle 111 \rangle$	2,8860	2,8430	2,8000	2,98

Смоделированы отклонения складчатой балки по величине остаточного напряжения при нагрузке 826 мкН. При моделировании учитывалось изменение температуры с 605 до 25 °С, как в работе [8]. В таблице показаны результаты отклонения складчатой балки, изготовленной из кремния различной кристаллографической ориентации без остаточного напряжения и с остаточным напряжением. Для расчетов использовалось про-

граммное обеспечение COMSOL. На рис.6 показана зависимость максимального отклонения складчатой балки от остаточного напряжения при нагрузке 826 мкН для кремниевых пластин с различной кристаллографической ориентацией поверхности.

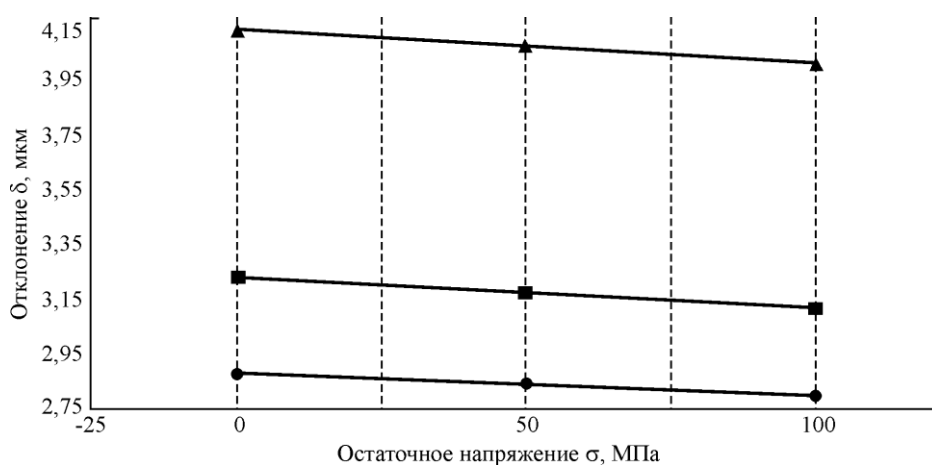


Рис.6. Зависимости отклонения складчатой балки из кремния различной кристаллографической ориентации поверхности от остаточного напряжения при $F = 826$ мкН: \triangle – $\langle 100 \rangle$, \blacksquare – $\langle 110 \rangle$, \bullet – $\langle 111 \rangle$

Таким образом, из полученных данных следует, что деформация складчатой балки зависит от кристаллографической ориентации кремния, использованного в качестве материала складчатой пружины. Для ориентации кремния $\langle 100 \rangle$ значение деформации больше, чем для других кристаллографических ориентаций поверхности кремния, что обеспечивает большую чувствительность прибора.

Почти у всех микромеханических датчиков, особенно планарных конструкций, в процессе их изготовления появляется остаточное напряжение. На него влияют изменения температуры при формировании конструкции, разница коэффициентов термического расширения материалов, в частности между материалом чувствительного элемента (кремния) и платы (стекла), соединяемых при сращивании.

Учет влияния на деформацию остаточного напряжения показывает, что стабильность деформации различается для балок, изготовленных из кремния различной кристаллографической ориентации. При остаточном напряжении 100 МПа стабильность наилучшая для поверхности кремниевой пластины ориентации $\langle 111 \rangle$. Разница значений деформации без остаточного напряжения и с ним составляет 0,0860 мкм, при ориентации $\langle 110 \rangle$ – 0,1203 мкм и при ориентации $\langle 100 \rangle$ – 0,1212 мкм.

Как известно, чем меньше значение деформации, тем больше линейность выходной характеристики прибора, а ее уменьшение снижает чувствительность. Поэтому при конструировании приборов с чувствительными элементами из кремния необходимо учитывать оба эти фактора.

Заключение. Полученное соотношение для определения коэффициента жесткости складчатой пружины (балки), применяемой в ряде конструкций микромеханических датчиков, позволяет проводить расчет прямоугольной складчатой пружины. Результаты моделирования для определения коэффициента жесткости пружины подтвердили полученные расчетные данные. Установлено, что существенным фактором, влияющим на деформацию, является кристаллографическая ориентация кремния, используемого в качестве материала складчатой пружины.

Полученные данные необходимы при конструировании приборов с чувствительными элементами из кремния.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-19-00177).

Литература

1. Тимошенко С.П., Бойко А.Н., Симонов Б.М. Чувствительные элементы МЭМС: технология определяет параметры // *Электроника: наука, технология, бизнес*. – 2008. – №1. – С. 80–82.
2. Балансировка кремниевых датчиков угловой скорости в процессе изготовления / С.П. Тимошенко, Б.М. Симонов, О.М. Бритков и др. // *Изв. вузов. Электроника*. – 2015. – Т. 20. – № 1. – С. 58–67.
3. Area minimization of a three-axis separate mass capacitive accelerometer using the ThELMA process / A. Briffa1, E. Gatt, J. Micallef et al. // *EuroCon.*, 2013 (1–4 July 2013, Zagreb, Croatia). – Zagreb, 2013. – P. 2094–2099.
4. Badariah B., Burhanuddin Y.M. Suspension design analysis on the performance of MEMS area-changed lateral capacitive accelerometer // *ICSE Proc.* – 2004. – P. 335–339.
5. Wai-Chi W., Azid A. A., Majlis B.Y. Formulation of stiffness constant and effective mass for a folded beam // *Arch. Mech.* – 2010. – Vol. 62. – N. 5. – P. 405–418.
6. Dunn D.J. *Mechanics of solids-beams*. – URL: <http://www.freestudy.co.uk/statics/beams/beam%20tut1.pdf> (дата обращения: 22.11.2016).
7. Beer F.P., Johnston E.R., DeWolf J.T., Mazurek D.F. *Mechanics of Materials*. – N.Y.: Sixth Edition. – 2012. – P. 736.
8. Residual stress in a thin-film resonator-3D // *MEMS module, Application Library Manual, COMSOL 5.2*. – 2015. – P. 325.

Поступила 28.11.2016 г.; принята к публикации 21.03.2017 г.

Аунг Тхура – аспирант кафедры микроэлектроники (МЭ) МИЭТ (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), aungthura87@gmail.com

Симонов Борис Михайлович – кандидат технических наук, доцент кафедры МЭ МИЭТ (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), serborsel@mail.ru

Тимошенко Сергей Петрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой МЭ МИЭТ (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1).

References

1. Timoshenkov S.P., Bojko A.N., Simonov B.M. Chuvstvitel'nye elementy MEMS: tekhnologiya opredelyaet parametry [MEMS sensitive elements: Technology defines parameters]. *Elektronika: nauka, tekhnologiya, biznes – Electronic: science, technology, business*, 2008, no.1, pp. 80–82. (In Russian).
2. Timoshenkov S.P., Simonov B.M., Britkov O.M., Anchutin S.A., Timoshenkov A.S. Balansirovka kremnievykh datchikov uglovoj skorosti v protsesse izgotovleniya [Balancing of Silicon Speed Sensors during Manufacturing Process]. *Izvestiya vuzov. Elektronika – Proceedings of Universities. Electronic*, 2015, vol. 20, no.1, pp. 58–67. (In Russian).
3. Briffa1 A., Gatt E., Micallef J. et al. Area minimization of a three-axis separate mass capacitive accelerometer using the ThELMA process. *EuroCon.*, 2013 (1–4 July 2013, Zagreb, Croatia). Zagreb, 2013, pp. 2094–2099.
4. Badariah B., Burhanuddin Y.M. Suspension design analysis on the performance of MEMS area-changed lateral capacitive accelerometer. *ICSE Proc.*, 2004, pp. 335–339.
5. Wai-Chi W., Azid A. A., Majlis B.Y. Formulation of stiffness constant and effective mass for a folded beam. *Arch. Mech.*, 2010, vol. 62, no. 5, pp. 405–418.
6. Dunn D.J. *Mechanics of solids-beams*. Available at: <http://www.freestudy.co.uk/> (accessed: 22.11.2016).
7. Ferdinand P.B., Russell J.E., Jr. John T.D., David F.M. *Mechanics of Materials*. N.Y., Sixth Edition, 2012, 736–739 p.
8. Residual Stress in a Thin-Film Resonator-3D. *MEMS module, Application Library Manual, COMSOL 5.2*, 2015, 490 p.

Submitted 28.11.2016; accepted 21.03.2017.