

Об эквивалентности физико-вероятностного и физико-статистического подходов к построению моделей надежности на примере деградации механических элементов МЭМС

С.П. Тимошенков, В.Н. Горошко, Б.М. Симонов, В.В. Калугин, А.С. Шалимов

Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

About Equivalence of Physico-probabilistic and Physico-statistical Approaches to Building of Reliability Models on an Example of MEMS Mechanical Elements Degradation

S.P. Timoshenkov, V.N. Goroshko, B.M. Simonov, V.V. Kalugin, A.S. Shalimov

National Research University of Electronic Technology, Moscow

Рассмотрены два подхода, используемые для обоснования моделей надежности: физико-вероятностный и физико-статистический, показана их эквивалентность.

Ключевые слова: физико-вероятностный подход; физико-статистический подход; преобразователь линейного ускорения.

Two approaches used for justifying the reliability models – the physical-probabilistic and physical-statistical ones – have been considered. The equivalence of both approaches has been shown. Using the methods of individual forecasting, the assessment of the probability of the non-failure operation of the linear acceleration converter (PLD) sample using both methods has been made and it has given the same results.

Keywords: physical-probabilistic approach, physical-statistical approach, Converter linear acceleration, individual forecasting.

Среди направлений обоснования моделей надежности широко известны два подхода: физико-вероятностный и физико-статистический. Использование физико-вероятностного подхода обосновано результатами работы [1].

Обобщенный процесс деградации изделий электронной техники, в том числе микроэлектромеханических приборов и систем, в случае применения физико-вероятностного подхода аппроксимируется непрерывным марковским процессом диффузионного типа, подчиняющимся стохастическому дифференциальному уравнению первого порядка типа Ито [2]:

$$dx(t) = A(t)dt + B(t)d\eta(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ – определяющий параметр (ОП) изделий электронной техники; t – время; $\eta(t)$ – случайная составляющая гауссовского типа; $A(t)$ – детерминированная функция, характеризующая изменение среднего значения ОП (скорости, или коэффициента сноса); $B(t)$ – детерминированная функция, характеризующая изменение дисперсии ОП (коэффициента диффузии).

Для определения вида функции распределения во времени до возникновения первого отказа (т.е. в течение времени от начала испытаний до достижения предельного уровня определяющих параметров испытуемых изделий (1)) вид функций $A(t)$ и $B(t)$ конкретизируется. Процесс деградации изделий электронной техники (совокупности однотипных изделий) рассматривается как однородный, т.е. с постоянной средней скоростью процесса деградации и постоянным средним квадратическим отклонением скорости или постоянным коэффициентом вариации скорости. В этом случае уравнение процесса (1) записывается в виде [1, 3]

$$dx(t) = adt + bd\eta(t), \quad (2)$$

где a – коэффициент сноса, или средняя скорость изменения ОП; b – коэффициент диффузии (b^2 – средняя скорость изменения дисперсии ОП).

Если марковский процесс диффузионного типа определяется уравнением вида (2), то диффузия условной переходной плотности вероятности $\lambda(t_0, x_0; t, x)$ этого процесса выражается уравнением Фоккера – Планка – Колмогорова следующего вида [1, 2, 4]:

$$\frac{\partial \lambda(t_0, x_0; t, x)}{\partial t} + a \frac{\partial \lambda(t_0, x_0; t, x)}{\partial x} - \frac{b^2}{2} \frac{\partial^2 \lambda(t_0, x_0; t, x)}{\partial x^2} = 0, \quad (3)$$

где t_0 – время начала испытаний; x_0 – значения ОП в начале испытания.

Плотность распределения времени достижения граничных значений ОП – плотность распределения времени до отказа $f(t)$ – имеет следующую связь с условной плотностью вероятности перехода процесса из одного состояния в другое (часть вероятности теряется [3]):

$$f(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \lambda(t_0, x_0; t, x)}{\partial t} dx.$$

Для определения плотности вероятности распределения времени до отказа $f(t)$ необходимо получить выражение для $\lambda(t_0, x_0; t, x)$, решив уравнение (3), затем найти частную производную по времени от функции $\lambda(t_0, x_0; t, x)$ и полученное выражение проинтегрировать по параметру x . Такова схема формализации [1] так называемых диффузионных распределений. Для подобных распределений название «диффузионный» обусловлено тем, что выражение для закона распределения следует из решения уравнения диффузии вероятностей. Согласно [2, с.9] непрерывный марковский процесс использован для построения вероятностной модели диффузии и назван диффузионным процессом.

Уравнение (3) представляет собой параболическое дифференциальное уравнение в частных производных [5]. Для решения такого типа уравнений необходимо задать краевые условия, которые определяются из общих физических соображений о процессе и искомой функции.

В случае деградации механических элементов (например, для механических систем, использующихся, в частности, в преобразователе линейного ускорения) решение уравнения записывается в виде [1]

$$\lambda(t, x) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi t}} (e^{-(x-at)^2/2b^2t}).$$

При этом начальные и граничные условия имеют вид:

$$\lambda(t, x) \Big|_{t=0} = \delta(x); \quad \lambda(t, x) \Big|_{t=-\infty} = 0; \quad \lambda(t, x) \Big|_{t=+\infty} = 0.$$

Тогда плотность вероятности распределения времени до отказа $f(t)$ после соответствующих преобразований [1] определяется выражением

$$f(t) = \left(\frac{1+at}{2bt\sqrt{2\pi at}} \right) e^{-(1-at)^2/2bt^2}.$$

Физико-вероятностный подход эквивалентен физико-статистическому подходу, развитому Александяном И.Т. [7, 8].

Докажем это утверждение, введя согласно [5] в уравнение (3) поток вероятности

$$\frac{G(t_0, x_0; t, x)}{1} = a \frac{\lambda(t_0, x_0; t, x)}{1} - \frac{b^2}{2} \frac{\partial^1 \lambda(t_0, x_0; t, x)}{\partial x^1}.$$

Тогда получим

$$\frac{\partial \lambda(t_0, x_0; t, x)}{\partial t} + \frac{\partial G(t_0, x_0; t, x)}{\partial x^1} = 0,$$

т.е. уравнение сохранения вероятности (уравнение непрерывности), которое является базовым для физико-статистического подхода в надежности микроэлектронных изделий.

Следовательно, результаты, полученные для физико-вероятностного подхода будут справедливы и для физико-статистического подхода, т.е. подходы эквивалентны, а утверждение доказано. Предложенный подход прошел успешную апробацию при оценке вероятности безотказной работы опытных образцов преобразователей линейного ускорения, которая при использовании обоих подходов составила 0,90. Он может быть использован для разнообразных изделий ответственного применения (например, описанных в [9, 10], неремонтируемых и нерезервированных изделий).

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 14.575.21.0069).

Литература

1. *Погребинский С.Б., Стрельников В.П.* Надежность и проектирование многопроцессорных ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988. – 168 с.
2. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Теория случайных процессов. Т. 2. – М.: Наука, 1973. – 640 с.
3. *Бартлетт М.С.* Введение в теорию случайных процессов. – М.: Иностранная литература, 1958. – 384 с.
4. *Колмогоров А.Н.* Об аналитических методах в теории вероятностей. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1986. – С. 60–105.
5. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 736 с.
6. *Стратонович Р.Л.* Избранные вопросы теории флуктуации в радиотехнике. – М.: Советское радио, 1961. – 558 с.
7. *Александян И.Т., Черняев Н.В.* Метод изучения надежности интегральных микросхем // Микроэлектроника. – 1992. – Т. 21. – Вып. 2. – С. 105–111.
8. *Александян И.Т., Черняев Н.В.* Обобщенная модель надежности изделий // Изв. вузов. Электроника. – 1998. – № 1. – С. 85–90.
10. *Комченков В.И., Петров В.Ф., Симонов С.Б., Терентьев А.И.* Методика построения роботизированных безэкипажных объектов наземного базирования // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 3 (140).
11. *Распопов В.Я.* Гироприборы и системы управления ракет ближней тактической зоны. – Тула: ТулГУ, 2013. – 248 с.

Поступило
после доработки 10 февраля 2015 г.

Тимошенков Сергей Петрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой микроэлектроники МИЭТ. *Область научных интересов:* изделия микросистемной техники, микроэлектромеханические приборы и системы, разработка конструкций и технологий изготовления микро- и наноэлектронной аппаратуры.

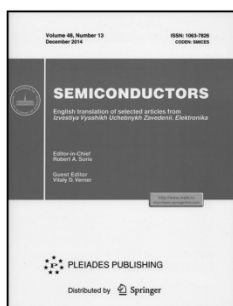
Горошко Владимир Николаевич – ведущий инженер кафедры микроэлектроники МИЭТ. *Область научных интересов:* качество и надежность изделий микро- и нанoeлектронной аппаратуры, изделия микросистемной техники, микроэлектромеханические приборы и системы.

Симонов Борис Михайлович – кандидат технических наук, доцент кафедры микроэлектроники МИЭТ. *Область научных интересов:* изделия микросистемной техники, микроэлектромеханические приборы и системы, разработка конструкций и технологий изготовления микро- и нанoeлектронной аппаратуры. **E-mail:** serborsel@mail.ru.

Калугин Виктор Владимирович – доктор технических наук, профессор кафедры микроэлектроники МИЭТ. *Область научных интересов:* изделия микросистемной техники, микроэлектромеханические приборы и системы, разработка конструкций и технологий изготовления микро- и нанoeлектронной аппаратуры.

Шалимов Андрей Сергеевич – кандидат технических наук, научный сотрудник кафедры микроэлектроники МИЭТ. *Область научных интересов:* микросхемотехника изделий микро- и нанoeлектронной аппаратуры, изделия микросистемной техники, микроэлектромеханические приборы и системы.

Уважаемые авторы и читатели!



Вышел в свет журнал
SEMICONDUCTORS

English translation of selected articles from
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektronika. –
Vol. 48, N 13, 2014. - ISSN: 1063-7826

<http://www.maik.ru>

<http://www.springerlink.com>