

**Измерение нелинейности АЦП  
при входном сигнале неполной шкалы**

*А.А. Рыбаков, Н.Е. Резниченко*

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,  
г. Москва, Россия*

*rybakov.a@ic-design.ru*

Для вычисления нелинейностей обычно применяется широко распространенный гистограммный метод, в котором входной синусоидальный сигнал имеет размах, превышающий полную шкалу. Но в некоторых случаях требуется определить характеристики аналого-цифровой системы для входного сигнала неполной шкалы.

Разработан метод измерения статических погрешностей преобразования аналого-цифровых преобразователей (АЦП) для входного синусоидального сигнала неполной шкалы, который является модификацией гистограммного метода измерения для сигнала, превышающего полную шкалу. В стандартном гистограммном методе перекрытие диапазона входных напряжений, соответствующих полной шкале, необходимо для обеспечения выпадения всех возможных кодов на выходе АЦП при наличии ошибок усиления и смещения нуля. Величина напряжения смещения нуля в стандартном методе определяется по количеству выборок, не попавших в рабочий диапазон АЦП. В предложенном методе использовано условное перекрытие диапазона, что позволяет определить статические погрешности преобразования АЦП. Расчет статических погрешностей преобразования АЦП сводится к расчету амплитуды выходного сигнала по гистограмме выгодных кодов АЦП. Рассчитаны уровни межкодового перехода и определены напряжения смещения нуля и ошибки усиления.

Предложенный метод проверен результатами моделирования в пакете Matlab и позволяет рассчитать уровни межкодового перехода, напряжения смещения нуля и ошибку усиления. Точность метода совпадает с ожидаемыми значениями введенных ошибок. Предлагаемый метод позволяет рассчитать погрешности преобразования аналого-цифровых систем с блоками, ограничивающими амплитуду сигнала, который поступает на вход АЦП.

*Ключевые слова:* АЦП; гистограммный метод; неполная шкала; DNL; INL.

*Для цитирования:* Рыбаков А.А., Резниченко Н.Е. Измерение нелинейности АЦП при входном сигнале неполной шкалы // Изв. вузов. Электроника. – 2018. – Т. 23. – № 1. – С. 32–39. DOI: 10.24151/1561-5405-2018-23-1-32-39

## Histogram Measurement of ADC Nonlinearities Using Incomplete Scale Sinewaves

A.A. Rybakov, N.E. Reznichenko

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia

rybakov.a@ic-design.ru

To calculate the nonlinearities, usually a commonly used histogram method is applied, in which the input sinusoidal signal has a range exceeding the full scale. But in some cases it is required to determine the characteristics of the analog-digital system for the incomplete scale input signal.

The method of measuring the ADC static errors for an input sinusoidal incomplete scale signal, which is a histogram measurement method modification for a signal exceeding the full scale, has been developed. In the standard histogram method the overlapping of the range of input voltages, corresponding to the full scale, is necessary to ensure the fall out of all possible codes at the ADC output in presence of errors in amplification and zero bias. The magnitude of the offset in the standard method has been determined by the number of the samples that are overhead working range of ADC. In the proposed method a conditional overlap of the range, which permits to determine the static errors of the analog-to-digital conversion, has been used. The calculation of static errors in the ADC conversion has been reduced to calculating the amplitude of the output signal according to the histogram of the advantageous ADC codes. The transition levels have been calculated and the offset and gain errors have been determined.

The proposed method has been tested by modeling in the MATLAB package. The accuracy of the method is consistent with the expected values of the input errors. The proposed method allows calculating the errors of conversion of analog to digital systems, in which there are blocks that limiting the ADC input signal.

*Keywords:* histogram; incomplete scale; ADC; DNL; INL.

*For citation:* Rybakov A.A., Reznichenko N.E. Histogram measurement of ADC nonlinearities using incomplete scale sinewaves // Proc. of Universities. Electronics. – 2018. – Vol. 23. – № 1. – P. 32–39. DOI: 10.24151/1561-5405-2018-23-1-32-39

**Введение.** В аналого-цифровых преобразователях (АЦП) различают четыре типа статических погрешностей преобразования: погрешность смещения нуля  $V_{os}$ , погрешность усиления  $G_{err}$ , дифференциальная  $DNL$  и интегральная  $INL$  нелинейности. Для их точного вычисления обычно применяется широко распространенный гистограммный метод, в котором входной синусоидальный сигнал имеет размах, превышающий полную шкалу [1]. Но в некоторых случаях требуется определить характеристики аналого-цифровой системы, включающей в себя не только АЦП, но и другие блоки (например, буфер), не рассчитанные на работу с полной шкалой.

В настоящей работе предлагается метод, позволяющий рассчитывать погрешности преобразования аналого-цифровой системы при входном сигнале неполной шкалы.

**Предпосылки и определения.** Предположим, что АЦП монотонен и на его вход подается синусоидальный сигнал с напряжением

$$V_{in} = V_{amp} \sin \omega t + V_{DC},$$

где  $V_{amp}$  – амплитуда входного сигнала;  $\omega$  – циклическая частота;  $t$  – время;  $V_{DC}$  – постоянная составляющая напряжения входного сигнала.

Допустим также, что диапазон входных напряжений, соответствующий полной шкале, задан от 0 до  $V_{ref}$ , где  $V_{ref}$  – опорное напряжение.

В стандартном гистограммном методе [1–5] постоянная составляющая входного сигнала  $V_{DC} = V_{ref} / 2$ , а амплитуда  $V_{amp} > V_{ref} / 2$ , т.е. сигнал перекрывает диапазон от 0 до  $V_{ref}$ . Перекрытие диапазона входных напряжений, соответствующих полной шкале, необходимо для обеспечения выпадения всех возможных кодов на выходе АЦП при наличии ошибок усиления и смещения нуля. Перекрытие обычно составляет 1 дБ [6].

В предлагаемом методе значение  $V_{DC}$  может быть отличным от  $V_{ref} / 2$ . При этом должно выполняться условие  $V_{amp} < V_{ref} / 2$ , при котором сигнал отличается от 0 и  $V_{ref}$  (как правило, на –1 дБ). Для вычисления погрешностей преобразования с использованием такого сигнала потребуются следующие переменные:

- разрядность АЦП  $N$ ;
- напряжение  $k$ -го межкодового перехода  $M[k]$ , т.е. входное напряжение, выраженное в единицах LSB, при котором на выходе АЦП с одинаковой вероятностью 50 % может выпасть код  $k - 1$  или меньше  $k - 1$  либо код  $k$  или больше  $k$ ;
- ширина  $k$ -го кода  $W[k] = M[k] - M[k - 1]$ , выраженная в LSB;
- средняя ширина кода  $Q = (M[2^N - 1] - M[1]) / (2^N - 2)$ , выраженная в LSB;
- постоянная составляющая напряжения входного сигнала  $D_{DC} = V_{DC} / Q$ , выраженная в LSB;
- амплитуда входного сигнала  $W_{amp} = V_{amp} / Q$ , выраженная в LSB.

Погрешности преобразования будем определять по передаточной характеристике (рис.1) с использованием прямой наилучшего приближения [7]. Такая прямая может быть выражена следующим образом:

$$D = V_{os} + G V_{in},$$

где  $D$  – выходной сигнал;  $V_{os}$  и  $G$  – константы.

Проведем через идеальную и реальную передаточные характеристики АЦП прямые наилучшего приближения, которые пересекут ось абсцисс  $V_{in}$  соответственно в точках  $V_1$  и  $V_2$ . Разница между этими точками  $V_{os} = V_2 - V_1$  называется напряжением смещения нуля.

Сдвинем прямую наилучшего приближения, соответствующую реальной передаточной характеристике в начало координат на величину  $V_{os}$  (см. рис.1). Линейная функция, соответствующая этой прямой, может быть записана уравнением  $D_2 = G_2 V_{in}$ . Аналогично записывается уравнение для линейной функции, соответствующей идеальной передаточной характеристике:  $D_1 = G_1 V_{in}$ . Тогда величина  $G_{err} = G_2 - G_1$ , которая соответствует отклонению реальной передаточной характеристики от идеальной, называется ошибкой усиления.

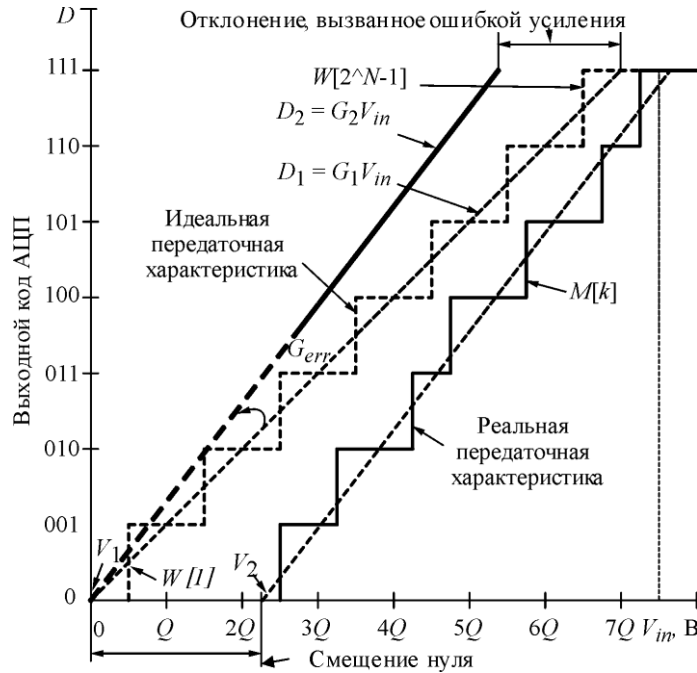


Рис.1. Передаточная характеристика АЦП  
Fig.1. ADC transfer characteristic

**Расчет нелинейностей.** Дифференциальная нелинейность может быть вычислена из следующего выражения:

$$M[k] = V_{os} + G_{err}T[k] = V_{os} + G_{err}(W[k] + DNL[k]),$$

где  $T[k]$  – уровень  $k$ -го межкодового перехода, скорректированный с учетом ошибок усиления и смещения нуля;  $W[k]$  – уровень  $k$ -го межкодового перехода идеального  $N$ -битного АЦП;  $DNL[k]$  – дифференциальная нелинейность.

Интегральная нелинейность вычисляется по формуле

$$INL[k] = \sum_{i=1}^k DNL[i].$$

Таким образом, определение дифференциальной нелинейности сводится к нахождению гистограммным методом трех неизвестных: погрешности усиления  $G_{err}$ , погрешности смещения  $V_{os}$  и уровней перехода  $M[k]$ .

**Уровни перехода  $M[k]$ .** Предполагая, что АЦП монотонен, определим уровни перехода  $M[k]$  по гистограмме измеренных значений  $HM[k]$ . Гистограмма значений  $HM[k]$  строится путем подсчета количества выборок, попавших в код  $k$  после оцифровки входного синусоидального сигнала. Предположим, что оцифрованный сигнал имеет приближенный (с точностью до погрешности квантования) вид

$$A_{in} = A_{amp} \sin \omega t + A_{DC},$$

где  $A_{amp}$  – амплитуда выходного сигнала;  $A_{DC}$  – постоянная составляющая выходного сигнала. После построения гистограммы уровни перехода  $M[k]$  могут быть получены по следующей формуле [8]:

$$M[k] = A_{DC} - A_{amp} \cos \left[ \frac{\pi \cdot SM(x)}{L} \right]. \quad (1)$$

Здесь сумма элементов гистограммы, ограниченная отрезком  $[-x, x]$ , равна:

$$SM(x) = \sum_i^{D[mt]-D_{DC} \leq |x|} HM[i]; \quad (2)$$

$D[mt]$  – выход АЦП (выраженный в LSB), полученный при измерениях в моменты времени  $mt$ ,  $m = 1, 2, \dots, L$ ;  $L$  – полное число выборок, совпадающее с суммой всех элементов гистограммы:

$$L = \sum_i HM[i]. \quad (3)$$

Определим амплитуду  $A_{amp}$  следующим образом. Вычтем постоянную составляющую из выходного сигнала и представим его функцией  $f(x) = A - A_{DC} = A_{amp} \sin x$ . Плотность вероятности функции  $f(x)$  определяется по формуле

$$p(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{A_{amp} - x^2}}, \quad (4)$$

где  $x$  определен на интервале  $(-A_{amp}, A_{amp})$ .

Интеграл от выражения (4) в интервале  $(-A_{amp}, A_{amp})$  равен 1, а в интервале  $(-x, x)$  равен  $2/\pi \arcsin(x/A_{amp})$ . Тогда с учетом (2), (3) получим

$$A_{amp} \approx \frac{k}{\sin\left(\frac{\pi \cdot SM(k)}{2L}\right)} = k \cdot \left[ \sin\left(\frac{\pi \cdot \sum_i^{D-D_{DC}-D_{os} \leq |k|} HM[i]}{2 \sum_i HM[i]}\right) \right]^{-1}, \quad (5)$$

где  $k$  – произвольное значение кода, меньшего амплитуды  $A_{amp}$ ;  $D_{os}$  – смещение нуля, выраженное в единицах LSB.

Точность определения амплитуды  $A_{amp}$  зависит от полного числа выборок. Зная амплитуду  $A_{amp}$ , по формуле (1) можно рассчитать уровни  $M[k]$ .

На рис.2,*а* представлен график зависимости  $p(x)$  по формуле (4) при амплитуде сигнала  $A_{amp} < 1$ , на рис.2,*б* – пример реализации гистограммы по результатам измерений выходного сигнала той же амплитуды.

**Смещение нуля  $D_{os}$ .** Смещение нуля  $D_{os}$  определяется отклонением среднего значения выборки от постоянного уровня  $D_{DC}$ :

$$D_{os} = \frac{\sum_i D_i}{L} - D_{DC}, \quad (6)$$

где  $D_i$  –  $i$ -я реализация из массива  $D[mt]$ ,  $m = 1, 2, \dots, i, \dots, L$ .

Обычно уровень  $D_{DC}$  устанавливается равным середине полной шкалы  $D_{DC} = V_{ref} / 2Q = 2^{N-1} - 0,5$ . Очевидно, что смещение нуля наиболее точно определяется для целого числа периодов выходного сигнала.

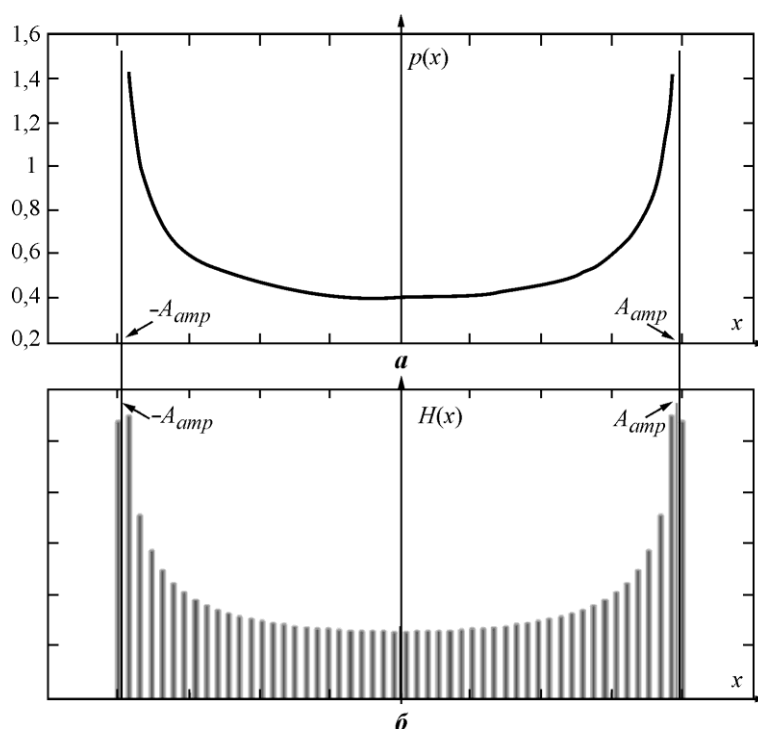


Рис.2. Зависимость  $p(x)$  при  $A_{amp} < 1$  (а) и пример реализации гистограммы выходного сигнала с амплитудой  $A_{amp} < 1$  (б)  
 Fig.2. The dependence  $p(x)$  (expression (4) at  $A_{amp} < 1$  (a) and example of a output signal histogram with amplitude  $A_{amp} < 1$  (b)

**Ошибка усиления  $G$ .** Ошибка усиления  $G$  определяется отклонением амплитуды выходного сигнала  $A_{amp}$  по отношению к амплитуде входного сигнала  $W_{amp}$ , выраженной в LSB:

$$G = A_{amp} / W_{amp}. \quad (7)$$

Таким образом, расчет статических погрешностей преобразования АЦП сводится к расчету амплитуды выходного сигнала по формуле (5), уровней перехода по формуле (1) и, наконец, смещения нуля и ошибки усиления по формулам (6) и (7).

**Результаты и их обсуждение.** Для проверки предложенного метода использовался сигнал, представленный следующим Matlab-кодом:

```

%-----%
% Generate ADC output signal                               %
%-----%
%% Global parameters
N           = 12;           % number of bits
Dmfs       = 2^(N-1);     % mead full scale
Ddc        = 2^(N-1)-0.5; % dc of input signal
R_amp      = 0.9;         % relative input amplitude
I_amp      = Dmfs*R_amp;   % input amplitude [LSB]
%% Generate ideal signal
L          = 2^20;        % sample length
f_samp     = 10e3;        % sample rate [Hz]
f_in       = 53*f_samp/L; % input frequency [Hz]
w_in       = 2*pi*f_in/f_samp;
vctr_samp  = 0:L-1;
    
```

```

%% Noise generation
noise = randn(1,L)/2^N;
%% Nonideal signal generation
id_sin = sin(w_in.*vctr_samp)...% input ideal signal
+0.01*sin(2*w_in.*vctr_samp)... % +second harmonics (-40 dB)
+noise; % +rms noise amplitude 1 LSB
%% Nonideal signal digitizing
offset = -3.45; % ideal offset [LSB]
gain_er = 1.073; % ideal gain error
D = round(gain_er*I_amp*(id_sin)+Ddc+offset);
D(D == 1000 | D == 1001) = 1002;% ADC out

```

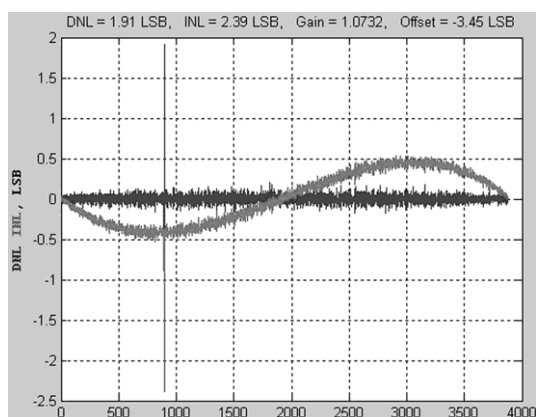


Рис.3. Результаты расчета DNL и INL для выходного сигнала  $D$ , описанного в Matlab-коде  
 Fig.3. The results of calculating DNL and INL for the output signal  $D$  described in the Matlab code

Как видно из описания, на выходе АЦП генерируется сигнал амплитудой 0,9 от полной шкалы с ошибкой коэффициента усиления 0,073, ошибкой смещения нуля  $-3,45$  LSB и пропусками кодов 1000 и 1001.

На рис.3 представлены результаты выполнения алгоритма, реализующего расчет нелинейности АЦП при входном сигнале неполной шкалы. Из рисунка видно, что рассчитанные ошибки усиления (Gain = 1,0732) и смещения нуля (Offset =  $-3,75$  LSB) совпадают с соответствующими ошибками, заданными на выходе АЦП в Matlab-коде. Точность вычисления зависит от размера массива входных данных.

**Заключение.** Разработанный метод позволяет измерять дифференциальные и интегральные нелинейности, ошибки усиления и смещения нуля АЦП для входного синусоидального сигнала неполной шкалы. Метод дает возможность точно рассчитать ошибку усиления, так как основан на вычислении амплитуды выходного сигнала. Точность метода подтверждается результатами моделирования в программе Matlab и полностью совпадает с ожидаемыми значениями введенных ошибок.

### Литература

1. 1241-2010 – IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters / 31.200 – Integrated circuits. Microelectronics. – 2011, January. – URL: <http://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac?punumber=5692954> (дата обращения: 01.06.2017).
2. Gamad R.S., Mishra D.K. Gain error, offset error and ENOB estimation of an A/D converter using histogram technique // Measurement. – 2009. – Vol. 42. – No. 4. – P. 570–576.
3. Gamad R.S., Mishra D.K. Computation of error in estimation of nonlinearity in ADC using histogram technique // Engineering. – 2011. – Vol. 3. – No. 6. – P. 583–587.
4. Ting H-W., Liu B-D., Chang S-J. A histogram - based testing method for estimating A/D converter performance // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 2008. – Vol. 57. – No. 2. – P. 420–427.
5. Alegria F.A.C. Effective ADC linearity testing using sinewaves // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. – 2005. – Vol. 52. – No. 7. – P. 1267–1275.
6. Kester W. Understand SINAD, ENOB, SNR, THD, THD + N, and SFDR so you don't get lost in the noise floor // Analog Devices. – 2009, January. – URL: <http://www.analog.com/static/importedfiles/tutorials/MT-003.pdf>

7. **Kester W.** Mixed-signal and DSP design techniques / Ed. by Walt Kester. –Newnes/Elsevier, 2003. – 368 p.
8. **Blair J.** Histogramm measurement of ADC nonlinearities using sinewaves // *IEEE Trans. Instrum. Meas.* – 1994. – Vol. 43. – No. 3. – P. 373–383.

Поступила 06.06.2017 г.; принята к публикации 09.11.2017 г.

**Рыбаков Александр Александрович** – аспирант кафедры интегральной электроники и микросистем Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), rybakov.a@ic-design.ru

**Резниченко Никита Евгеньевич** – магистрант кафедры интегральной электроники и микросистем Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Россия, 124498, г. Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), reznichenko.n@ic-design.ru

### *References*

1. 1241-2010 – IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters/31.200. *Integrated circuits. Microelectronics*, 2011, jaunuary. Available at: <http://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac?punumber=5692954> (accessed: 01.06. 2017).
2. Gamad R.S., Mishra D.K. Gain error, offset error and ENOB estimation of an A/D converter using histogram technique. *Measurement*, 2009, vol. 42, no. 4, pp. 570–576.
3. Gamad R.S., Mishra D.K. Computation of error in estimation of nonlinearity in ADC using histogram technique. *Engineering*, 2011, vol. 3, no. 6, pp. 583–587.
4. Ting H-W., Liu B-D., Chang S-J. A histogram - based testing method for estimating A/D converter performance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2008, vol. 57, no. 2, pp. 420–427.
5. Alegria F.A.C. Effective ADC linearity testing using sinewaves. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2005, vol. 52, no. 7, pp. 1267–1275.
6. Kester W. Understand SINAD, ENOB, SNR, THD, THD + N, and SFDR so you don't get lost in the noise floor. *Analog Devices*, 2009, jaunuary. Available at: <http://www.analog.com/static/importedfiles/tutorials/MT-003.pdf> (accessed: 01.06. 2017).
7. Kester W. *Mixed-Signal and DSP Design Techniques*. Ed. by Walt Kester. –Newnes/Elsevier, 2003. 368 p.
8. Blair J. Histogramm measurement of ADC nonlinearities using sinewaves. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 1994, vol. 43, no. 3, pp. 373–383.

Submitted 06.06.2017; accepted 09.11.2017.

**Rybakov Alexander A.** – PhD student of the Integrated Electronics and Microsystems Department, National Research University of Electronic Technology (Russia, 124498, Moscow, Zelenograd, Shokin sq., 1), rybakov.a@ic-design.ru

**Reznichenko Nikita E.** – master's degree student of the Integrated Electronics and Microsystems Department, National Research University of Electronic Technology (Russia, 124498, Moscow, Zelenograd, Shokin sq., 1), reznichenko.n@ic-design.ru